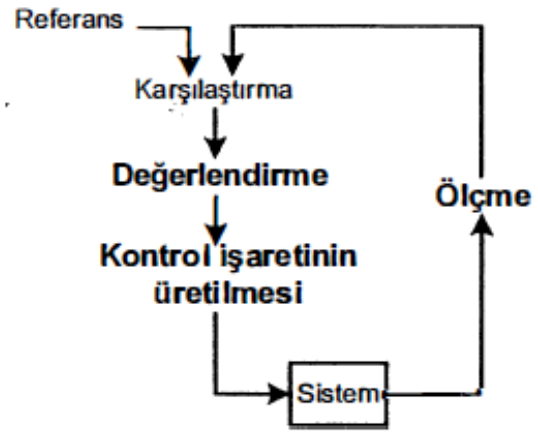
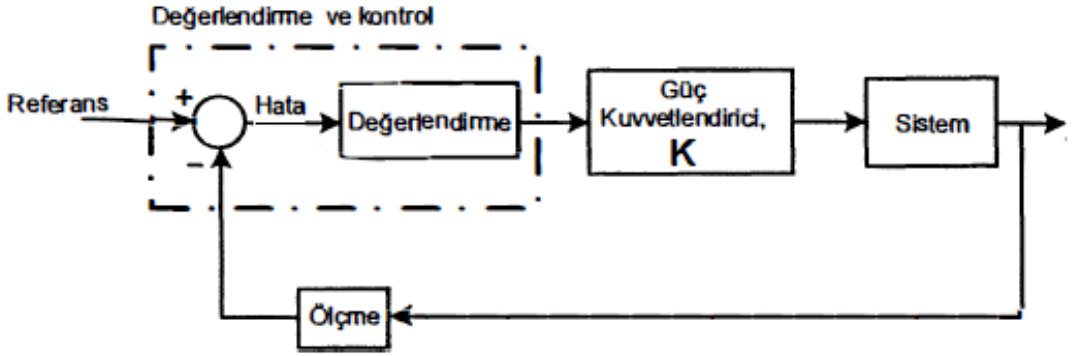
# EEM306 Otomatik Kontrol

Dr. Öğr. Üyesi Ahmet GANİ

**Kontrol**, kısaca sisteminde bir fiziksel büyüklüğün belirlenen performansta davranmasını sağlayan kurallar olarak tanımlanabilir. Amaç, fiziksel sistemdeki her hangi bir büyüklüğü (sıcaklık, basınç, hız, ..... vs) istenen referans değere belirlenen performansı sağlayacak şekilde getirilmesidir. En geniş manada kontrol sistemleri aşağıda akış diyagramında gösterildiği gibi ana 3 bloktan oluşur: Ölçme, değerlendirme ve kontrol işaretinin üretilmesi.

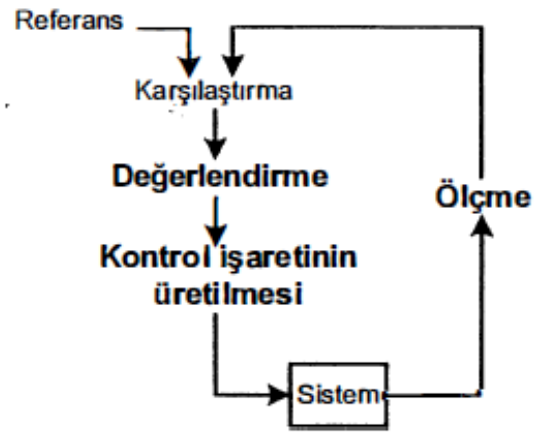



Yukarıdaki şeklinde akış diyagramı verilen kontrol sistemi için kapalı-çevrim kontrol blok diyagram gösterimi aşağıdaki gibi verilebilir.

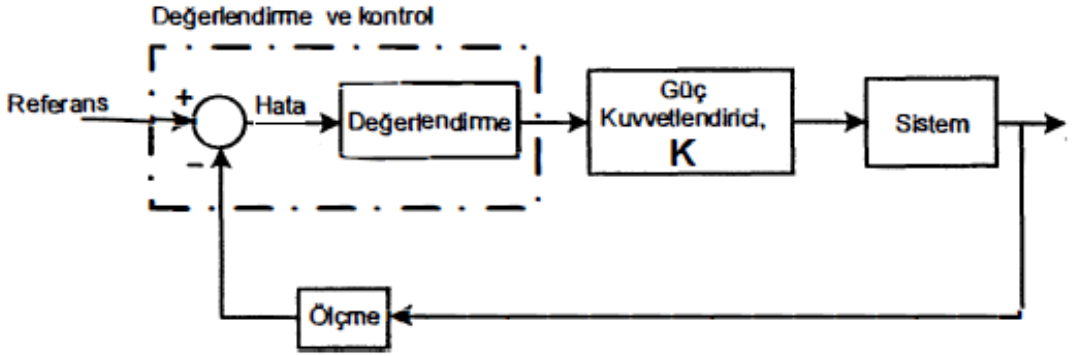


Verilen kontrol blok diyagramında kesikli-noktalı çizgi ile çevrelenen değerlendirme ve kontrol kısmı analog veya sayısal işlemci tarafından gerçekleştirilebilir.

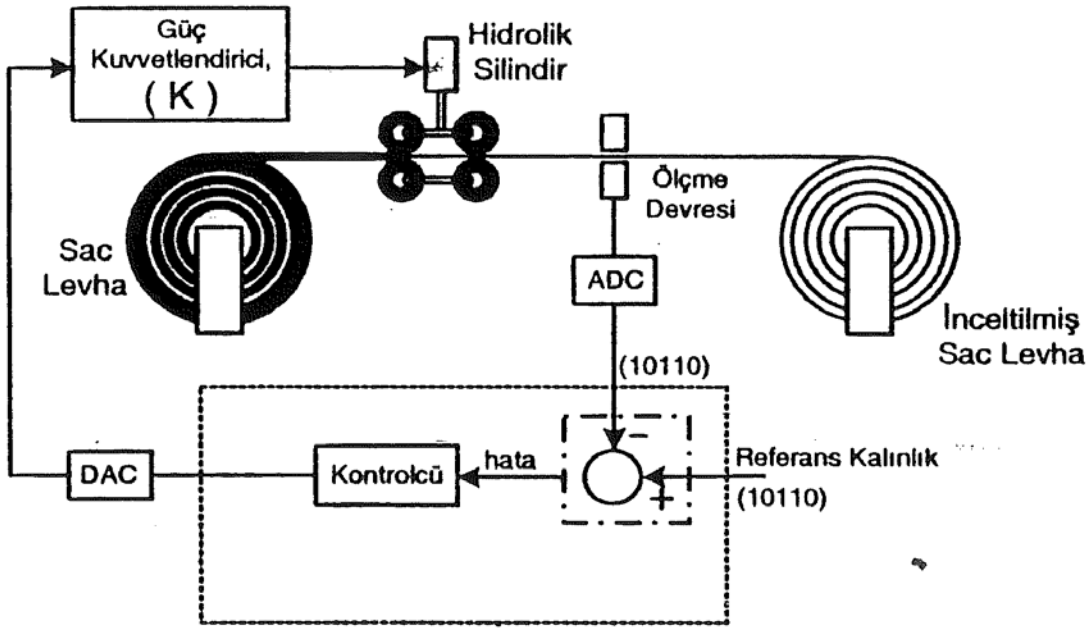
Kontrol edilen sistemin çıkış işareti çoğunlukla fiziksel (hız, basınç, sıcaklık, seviye vb.) bir büyüklüktür. Kontrol sistemleri ise elektriksel işaretlere göre işlem yapan sistemlerdir. Dolayısıyla kontrol edilmek istenen sistemin fiziksel büyüklüğü ile orantılı bir elektriksel işaret (gerilim, akım) üretilmelidir. Bu işlem algılayıcı ve işaret düzenleyici devreler yardımı ile gerçekleştirilir. Aşağıda gösterildiği gibi algılayıcı ve sinyal düzenleyici devreden oluşan ölçme sistemleri bu dönüşümü sağlarlar.

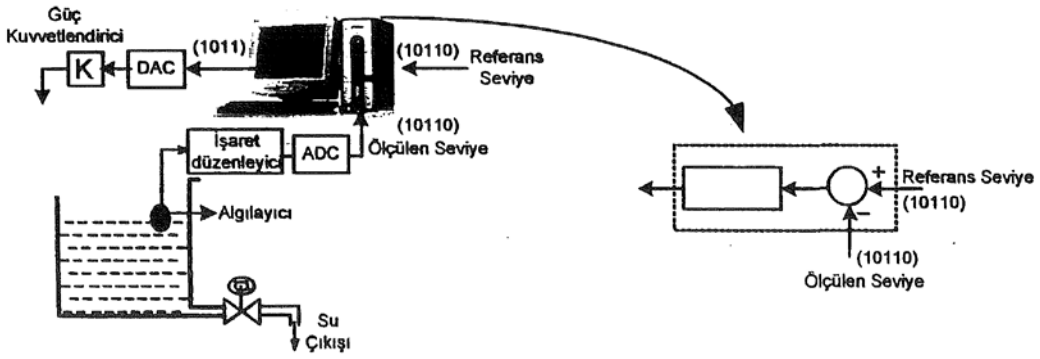



Yukarıdaki şeklinde akış diyagramı verilen kontrol sistemi için kapalı-çevrim kontrol blok diyagram gösterimi aşağıdaki gibi verilebilir.



Aşağıda çeşitli kontrol sistemlerine ait örnekler verilmiştir.

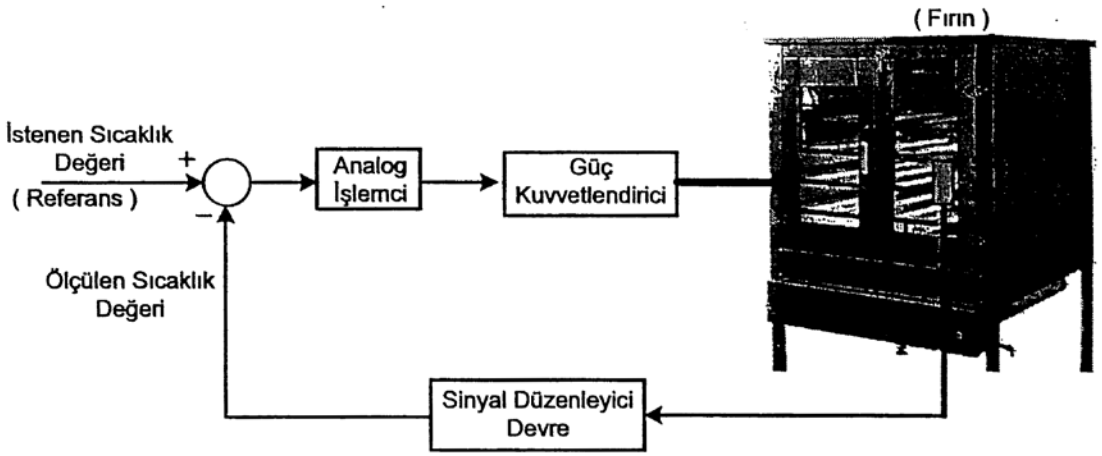



Yanda verilen sayısal işlemci (mikrodenetleyici, DSP, PC, PLC) tabanlı kontrol sisteminde amaç rulo halindeki sacın kalınlığının belirlenen referans değere getirilmesidir. Sac kalınlığı ölçme devresi ile ölçülüp analog sayısal dönüştürücü (Analog Digital Converter, ADC) tarafından sayısal işarete dönüştürülmektedir. Sayısal işlemci (mikrodenetleyici, DSP, PC, PLC) öncelikle referans saç kalınlığı ile ölçülen saç kalınlığını karşılaştırarak hata değerini hesaplamaktadır. Ardından hata işareti kontrolcü tarafından değerlendirilerek kontrol işareti üretilmektedir. Üretilen kontrol işareti sayısal analog dönüştürücü (Digital Analog Converter, DAC) üzerinden hidrolik silindirleri süren güç kuvvetlendirici devreye iletilmektedir. İleriki konularda tanıtılacak olan ADC ve DAC işaret dönüştürücü olarak kullanılan arayüz devreleridir.

Yanda sayısal işlemci (PC, Personal Computer) tabanlı bir sıvı tankına ait sıvı-seviye kontrol sistemi gösterilmiştir. Burada amaç tanktaki su seviyesinin referans seviyede tutulmasını sağlamaktır. Verilen sistemde su seviyesi ölçme devresi ile ölçülüp ADC tarafından sayısal işarete dönüştürülmektedir. Sayısal işlemci (PC) referans su seviyesi ile ölçülen su seviyesini karşılaştırarak hata değerini hesaplamaktadır. Ardından hata işareti kontrol kuralı ile işlenerek kontrol işareti üretilmektedir. Sayısal tabanlı olarak üretilen işaret, DAC vasıtası ile analog işarete dönüştürülmekte ve güç kuvvetlendirici, K, ile selonoid valfe iletilmektedir.

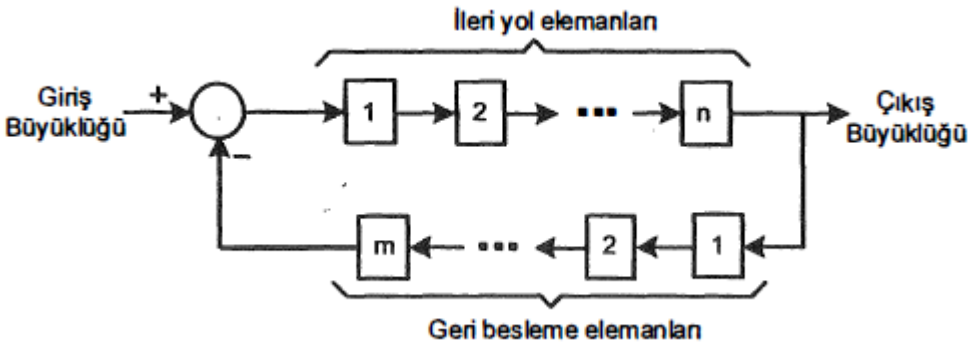
Aşağıda çeşitli kontrol sistemlerine ait örnekler verilmiştir.




Yanda ise bir fırının analog işlemci ile gerçekleştirilen şıcaklık kontrol sistemi için basitleştirilmiş blok diyagramı gösterilmiştir. Analog işlemciler işlemsel kuvvetlendiriciler (OPAMP) ile gerçekleştirilir. Yanda verilen örnek kontrol sistemlerinde işlemci olarak hem analog hem de sayısal işlemciler gösterilmiştir. Analog işlemciler, işlemsel kuvvetlendiriciler (OPAMP) kullanılarak: donanımsal olarak gerçekleştirilirler. Dolayısıyla tasarlanan kontrolcü üzerinde değişiklik yapılmak: istendiğinde donanımsal olarak devrenin değişmesi gerekecektir. Bu durum oldukça zahmetli ve masraflı bir süreçtir. Diğer yandan donanımsal olarak kurulan kontrol sistemleri toz, sıcaklık, titreşim gibi çevre koşullarından aşın derecede etkilendiklerinden kontrolör performansı olumsuz etkilenir. Sayısal işlemcilerde( mikrodenetleyici, DSP, PC veya PLC) ise ölçme, değerlendirme ve kontrol işaretinin üretilmesi işlemleri tasarımcı tarafından yapılan yazılımla gerçekleştirilir. Gerektiğinde yazılım içerisinde ilgili kısımlar değiştirilerek kontrol kuralı yada yöntemleri kolay bir şekilde güncellenebilir. Yine yazılım sayesinde, cihaz tarafından kullanıcı yönlendirilebilir, bilgilendirilebilir yada emniyet tedbirleri alınabilir.

# 1.1 Temel Kavramlar

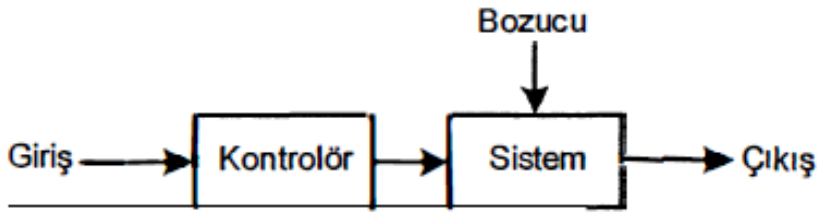
**Sistem**: Bir bütünü oluşturan, birbirine bağlı veya bir işlem için bir araya getirilmiş olan elemanlar kümesidir.
Örneğin yukarıda gösterilen sayısal işlemci tabanlı sac kalınlığı kontrol sisteminde işlenmemiş sac rulosu, hidrolik silindirler, ölçme devresi, ADC, sayısal işlemci, DAC, güç kuvvetlendirici ve inceltilmiş sac rulosu sistemi oluşturan elemanlardır.
**Süreç (Proses):** Belirli bir sonuca yöneltilmiş bir dizi kontrol aksiyonundan oluşan hareketler dizisidir. Başka bir ifade ile sistem tarafından yerine getirilen işlev olarak tanımlanabilir.
Sac kontrol sisteminde, işlenmemiş sac rulosundan sacın çekilmesi hidrolik silindirler tarafından sıkıştırılarak inceltilmesi, ölçme devresi tarafından kalınlığının ölçülmesi, kontrolcünün gerekli değerlendirmeleri yaparak kontrol işaretini üretmesi ve hidrolik silindirleri süren güç devresine iletmesi, istenen kalınlığa getirilen sacın ruloya sarılması sistem tarafından gerçekleştirilen süreç (proses) olarak ifade edilir.
**Bozucu:** Sistemin davranışını olumsuz yönde etkileyen sinyallerdir. Örneğin yukarıda verilen fırın sisteminde çalışma anında fırın kapısının açılıp kapanması durumunda fırın ile ortam arasındaki sıcaklık farkından dolayı fırın ile ortam arasında ısı transferi gerçekleşecek ve neticede fırın sıcaklığı değişecektir. Dolayısıyla kapının açılıp kapanması kontrol sistemi için bozucu bir bozucudur.
**Geri besleme:** Bir sistemde çıkış büyüklüğünün giriş büyüklüğüne toplam veya fark olarak etki etmesidir.




Yukarıda verilen sac kalınlığı kontrol sisteminde sac kalınlığının ölçülerek sayısal işlemciye iletilmesi sistem için bir geri beslemedir. Aynı şekilde sıvı seviye sisteminde seviyenin veya fırın sisteminde fırın sıcaklığının ölçülerek işlemciye aktarılması ilgili sistemler için birer geri beslemedir.

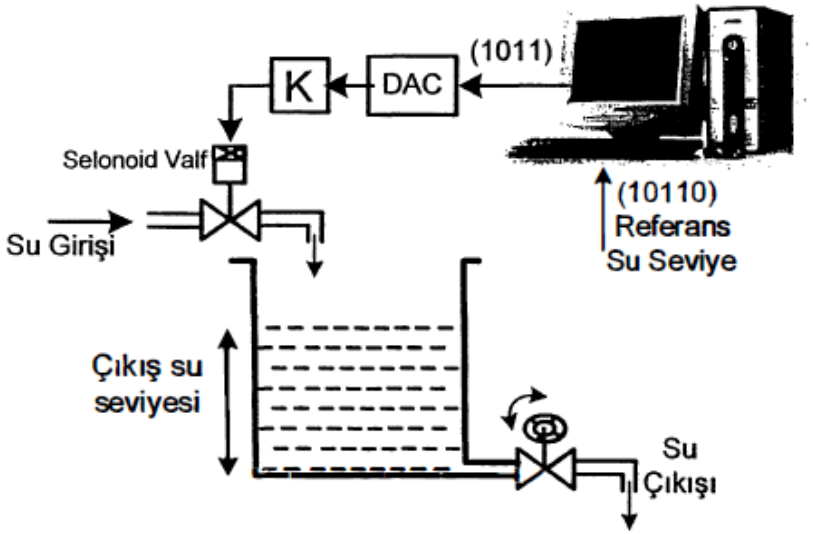
# 1.1 Temel Kavramlar

**Kumanda:** Sistemlerin istenilen bir duruma yönlendirilmesidir. Kontrol ise sistem çıkışındaki fiziksel büyüklüğün, bozucu etkisinde olsa bile, istenilen bir referans değerinde sürekli tutulmasıdır.
**Açık Çevrim:** Çıkış büyüklüğünün kontrol işlemine etkisinin olmadığı sistemlerdir. Başka bir ifade ile açık çevrim kontrol sistemlerinde çıkış işareti giriş referans işaret ile kıyaslanmaz.



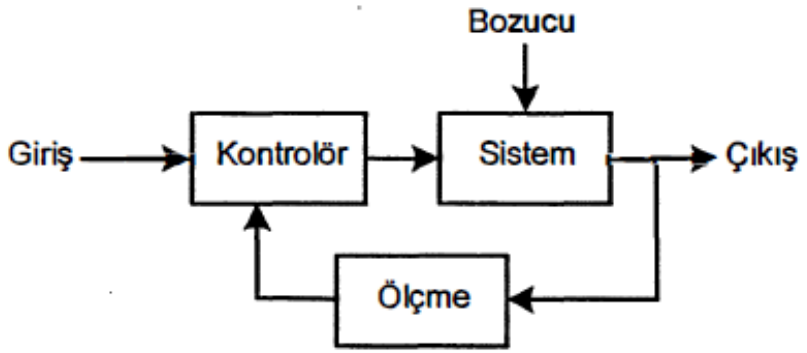
Açık-çevrim blok diyagram

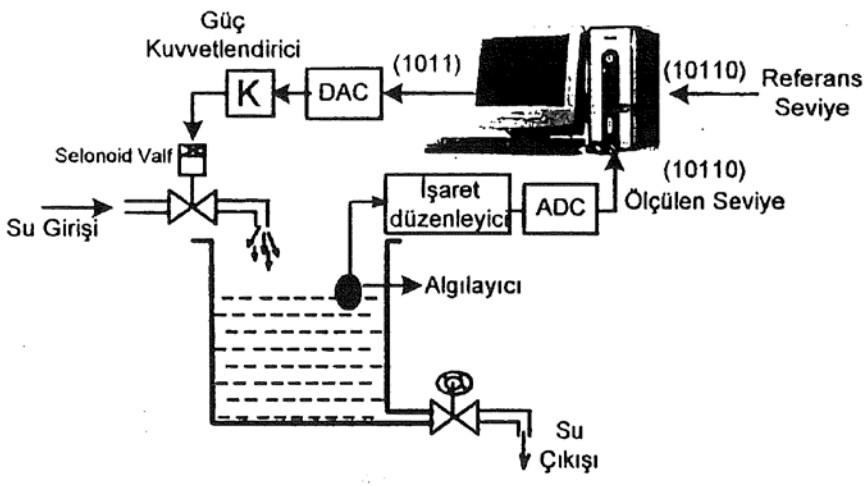
Aşağıda açık çevrim sistemlere örnek olarak bir sıvı-seviye kontrol sistemi verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, sistem çıkış su seviyesinin, giriş referans su seviyesi ile hiçbir etkileşimi yoktur.



# 1.1 Temel Kavramlar

**Kapalı Çevrim**: Çıkış büyüklüğünün kontrol işlemine doğrudan etki ettiği sistemlerdir. Kapalı çevrim sistemlere örnek olarak aşağıda, sıvı-seviye sistemi verilebilir. Şekilden görüldüğü gibi sistem çıkışı olan su seviyesi ölçülmekte ve referans su seviye ile karşılaştırılarak kontrolörün değerlendireceği hata işareti elde edilmektedir. Dolayısı ile sistemin çıkışı kontrol kural işlemine doğrudan etki etmektedir.

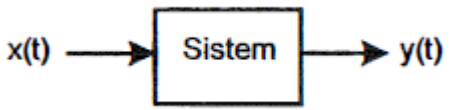


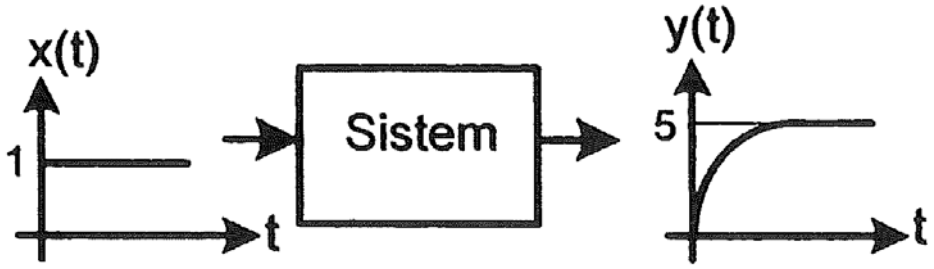
## 1.1 Temel Kavramlar

**Nedensellik:** Herhangi bir anda sistemin çıkışı sadece o andaki ve/veya geçmişteki girişlerine ve/veya çıkışlarına bağlı olan sistemlerdir. Sistem çıkışının elde edilmesinde gelecekteki giriş değerlerine ihtiyaç duymazlar. Nedensel olmayan sistemlerde şimdiki çıkış değeri için gelecekteki giriş değerine ihtiyaç vardır. Fiziksel sistemler nedenseldir ve gerçek zaman uygulama ve tasarımda nedensellik gerek şarttır.

**Kararlılık:** Girişine sınırlı bir işaret uygulandığında çıkış işareti sınırlı olan sistemler girişçıkış ilişkisi açısından kararlı sistemler olarak tanımlanır. Bu durum sınırlı giriş sınırlı çıkış (Bounded Input Bounded Output, BIBO,) kararlılık kriteri olarak adlandırılır. Örneğin aşağıda verilen sistemde;



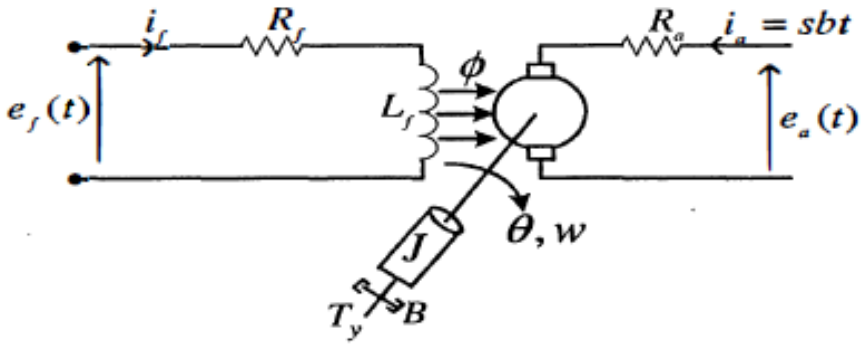

Giriş işareti $x(t) \leq |M| < \infty$ aralığında değerler alırken çıkış işareti $y(t) \leq |N| < \infty$ aralığında kalıyor ise sistem giriş-çıkış ilişkisi açısından kararlıdır.




Verilen sistemin girişine sınırlı bir işaret { x(t) =1} uygulanmış ve sistemin çıkışı da zamanla artarak sınırlı bir değerde {y(t) =5} kalmıştır. Dolayısı ile sistem giriş-çıkış ilişkisi açısından kararlıdır. Diğer yandan aşağıda verilen başka bir sisteme yine sınırlı bir giriş işareti { x(t) =1} uygulanmış fakat sistem çıkışı lim y(t) = 00 olmaktadır. Dolayısı ile bu sistem giriş-çıkış ilişkisi açısından kararsızdır. Fiziksel sistem gerçek zamanda sonsuza gidemeyeceğinden eğer gerekli koruma önlemleri alınmamış ise tahrip olacaktır. Örneğin bir kalorifer kazanının sıcaklığı sürekli artmak isterse ve koruma önlemleri alınmamış ise kazan patlar.

## 1.1 Temel Kavramlar

**Zamanla değişmeyen kontrol sistemi**: Parametreleri zamanla değişmeyen sistemlerdir. Aşağıda verilen DC motorun stator ve rotor dirençleri $R_a$ , $R_f$ , endüktans $L_f$ , rotor ataleti J ve viskos sürtünmesi B değerleri, gerçek zaman uygulamalarda çalışma anında çevre şartlarına bağlı olarak değişebilmektedir. Zamanla değişmeyen kontrol sistemlerinde bu parametrelerin sabit kaldığı kabul edilmektedir.




Parametreleri zamanla değişmeyen Alan-kontrollü DC-makine

**Lineer Kontrol sistemi:** *Sistem parametreleri durum değişkenlerine bağlı değil* ise bu tür kontrol sistemlerine *"Lineer Kontrol sistemi* " denir. Lineer sistemler aynı zamanda ***süperpozisyon(çarpımsallık ve toplamsallık) ilkesini sağlayan sistemlerdir.*** n. dereceden lineer ( doğrusal ) bir sistem matematik modeli

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots\ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = f(t)$$ diferansiyel denklemi ile verilir.

## 1.1 Temel Kavramlar

Burada, $a_0, a_1, \ldots, a_n$ katsayıları $y(t)$'nin fonksiyonu olmadığı sürece diferansiyel denklem *"doğrusal adi diferansiyel denklem"* olarak adlandırılır. "$t$" *bağımsız değişken* , "$y(t)$" ise diferansiyel denklemin çözülmesi ile bulunması gereken *bağımlı değişken* dir.

*n. dereceden doğrusal (lineer) sistemin durum uzay modeli vektör-matris formunda,*

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$$

ile verilir. $A$ ve $B$ katsayı matrisleri sabit ise

*"zamanla değişmeyen lineer Kontrol sistemi"* ,

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t)$$

$A$ ve $B$ katsayı matrisleri sabit değil ise

*"zamanla değişen lineer kontrol sistemi"* olarak adlandırılır.

## 1.1 Temel Kavramlar

**Lineer Olmayan Kontrol sistemi:** *Sistem parametreleri durum değişkenlerine bağlı olan sistemlerdir.*

Sistemi tanımlayan diferansiyel denklem,

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1}(y(t))\frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots\ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = g(y(t)) f(t)$$ olarak verilebilir.

Diferansiyel denklemde $g(y(t))$ ve/veya $a_0, a_1, \ldots\ldots, a_n$ katsayılarının bazıları $y(t)$ nin fonksiyonudur ve "*Lineer olmayan diferansiyel denklem*" **dir**.

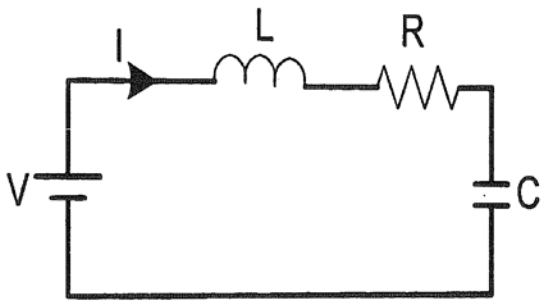
*Lineer olmayan sistem durum uzay modeli ise,,*

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t)) + g(x(t))u(t)$$

biçiminde verilir.

# 1.1 Temel Kavramlar

**Örnek-1:**




Şekilde verilen devrede $R, L$ ve $C$ parametre değerleri sabittir. Sisteme ait dinamik denklemleri yazınız ve durum uzay modelini vektör-matris formunda veriniz.

---

**Çözüm:**

$$\text{Çevre denklemi}, \quad V(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$\text{Kondansatör gerilim ve akımı için}, \quad Vc(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt \rightarrow i(t) = C\frac{dV_c(t)}{dt} \quad \text{ifadeleri yazılır.}$$

$$i(t) \text{ ifadesi } V(t) \text{ yerine koyulur}, \quad V(t) = RC\frac{dV_c(t)}{dt} + L\frac{d}{dt}\left(C\frac{dV_c(t)}{dt}\right) + V_c(t)$$

$$\text{Ve düzenlenir ise}, \quad V(t) = RC\frac{dV_c(t)}{dt} + LC\frac{d^2V_c(t)}{dt^2} + V_c(t) \rightarrow$$

$$\frac{d^2V_c(t)}{dt^2} = -\frac{R}{L}\frac{dV_c(t)}{dt} - \frac{1}{LC}V_c(t) + \frac{1}{LC}V(t) \quad \text{elde edilir.}$$

Diferansiyel denklem incelendiğinde, ***2. dereceden doğrusal adi diferansiyel denklem*** olduğu görülür. Dolayısı ile şekilde verilen $RLC$ devresi ***lineer bir Sistemdir.***

*Durum uzay modeli elde edilsin.* Durum değişkenlerini,

$$x_1(t) = Vc(t) \qquad x_2(t) = \frac{dVc(t)}{dt} \quad \text{olarak tanımlayalım. Durum denklemleri:}$$

$$x_2(t) = \frac{dVc(t)}{dt} \rightarrow \text{denkleminde } Vc(t) \text{ yerine } x_1(t) \text{ yazılır.}$$

# 1.1 Temel Kavramlar

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t)$$ *1. durum denklemi* *ve*

$$\frac{d^2V_c(t)}{dt^2} = -\frac{R}{L}\frac{dV_c(t)}{dt} - \frac{1}{LC}V_c(t) + \frac{1}{LC}V(t)$$ *denkleminde* $Vc(t)$ ***yerine*** $x_1(t)$

$\frac{dVc(t)}{dt}$ ***yerine*** $x_2(t)$

*yazılır ise,*

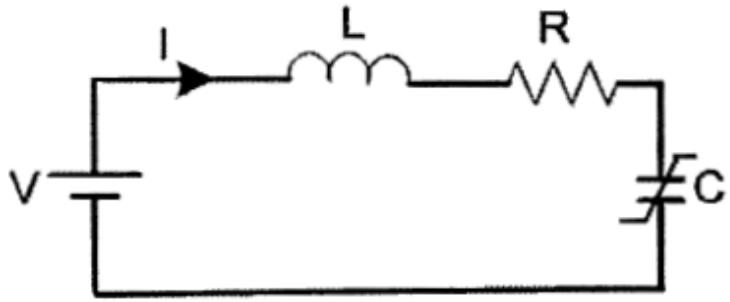
$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{1}{LC}x_1(t) - \frac{R}{L}x_2(t) + \frac{1}{LC}V(t)$$ ***2. durum denklemi*** *elde edilir.*

Elde edilen durum denklemleri, vektör-matris formu $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$ şeklinde yazılır ise,

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{LC} \end{bmatrix} u(k)$$ *elde edilir.*

# 1.1 Temel Kavramlar

**Örnek-2:**




Şekilde verilen devrede $R, L$ sabittir ve kapasite değeri ise kondansatör uç gerilimi ile ters orantılı olarak $C = f(V_c(t)) = k_c \dfrac{1}{V_c(t)}$ verilmektedir. Sisteme ait dinamik denklemleri yazınız ve durum uzay modelini veriniz.

---

*Yukarıda tanımlanan durum değişkenleri ve elde dilen durum denklemleri kullanılacaktır.*

**Çözüm:**

$x_1(t) = Vc(t) \qquad x_2(t) = \dfrac{dVc(t)}{dt}$ *olmak üzere,*

$C = f(V_c(t)) = k_c \dfrac{1}{V_c(t)}$ *olarak verildiğine göre*

$C = k_c \dfrac{1}{x_1(t)}$ *olarak yazılabilir.*

! <u>Lineer olmayan sistem tanımı,</u> "*Sistem parametreleri durum değişkenlerine bağlı olan sistemlerdir*" hatırlanır ise, $C$ parametresinin durum değişkeni $x_1(t)$'e bağlı olduğu ve sistemin Lineer olmayan sistem tanımına uyduğu görülebilir.

## 1.1 Temel Kavramlar

*Yukarıda elde edilen* $\frac{d^2V_c(t)}{dt^2}$ *denkleminde* $C$ *yerine* $\frac{k_c}{V_c(t)}$ *yazılır ise, sistemi tanımlayan diferansiyel denklem,*

$$\frac{d^2V_c(t)}{dt^2} = -\frac{R}{L}\frac{dV_c(t)}{dt} - \frac{1}{L(\frac{k_c}{V_c(t)})}V_c(t) + \frac{1}{L(\frac{k_c}{V_c(t)})}V(t)$$

*halini alır, düzenlenir ise,*

$$\frac{d^2V_c(t)}{dt^2} = \frac{R}{L}\frac{dV_c(t)}{dt} - \frac{1}{Lk_c}V_c^2(t) + \frac{1}{Lk_c}V_c(t)V(t)$$

*olarak elde edilir.*

Elde edilen 2. dereceden diferansiyel denklemden görüldüğü gibi $V_c^2(t)$ ve $V_c(t)V(t)$ terimlerinden dolayı denklem lineer değildir. Sonuç olarak, ***şekilde verilen RLC devresi lineer olmayan bir sistemdir.***

# 1.1 Temel Kavramlar

***Durum uzay modeli::***

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = x_2(t) \qquad \textit{1. durum denklemi aynı kalır}$$

*2. durum denkleminde ,* $C = k_c \dfrac{1}{x_1(t)}$ *yazılır ise,*

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{1}{L(k_c \frac{1}{x_1(t)})} x_1(t) - \frac{R}{L} x_2(t) + \frac{1}{L(k_c \frac{1}{x_1(t)})} V(t) \qquad \textit{elde edilir ve düzenlenir ise.}$$

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\frac{1}{Lk_c} x^2{}_1(t) - \frac{R}{L} x_2(t) + \frac{1}{Lk_c} x_1(t) V(t)$$ *şeklini alır. Durum denklemi matrisel*

*olarak* $\dfrac{dx(t)}{dt} = f(x(t)) + g(x(t))u(t)$ *formunda yazılabilir.*

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dx_1(t)}{dt} \\ \dfrac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\dfrac{1}{Lk_c} x_1(t)^2 - \dfrac{R}{L} x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{Lk_c} x_1(t) \end{bmatrix} V(t)$$

$$f(x(t)) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\dfrac{1}{Lk_c} x_1(t)^2 - \dfrac{R}{L} x_2(t) \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad g(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{Lk_c} x_1(t) \end{bmatrix} \quad \text{dir.}$$

---

***!! Lineer olmayan sistemlere ait durum denklemler vektör matris formu***

$\dfrac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$ ***şeklinde yazılamaz***

---

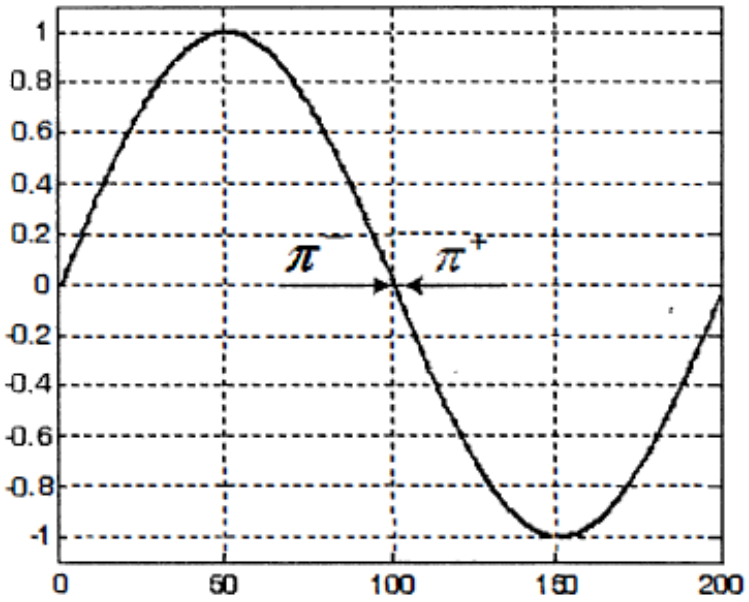
## 1.2 İşaretler

**İşaret:** Sistem elemanlarının ve sistemlerin birbirleri arasında etkileşmeyi sağlayan her türlü ölçülebilir büyüklüktür. Bir işaret "f(t) " notasyonu ile temsil ediliyor olsun. Burada "t" bağımsız değişken "f(t) " ise bağımlı değişken olarak tanımlanır. İşaretler bağımsız değişken "t"'nin aldığı değerlere göre sürekli zaman işaretler ve ayrık zaman işaretler olarak iki ana sınıfa ayrılır.

**1-) Sürekli zaman işaret:**

İşaretin bağlı olduğu bağımsız "t" değişkeni süreklidir ve işaret "t" nin tüm anları için bir değere sahiptir. Sürekli zaman işaretlerde kendi arasında ikiye ayrılır:

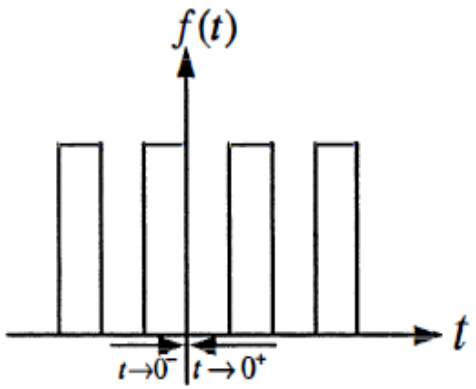
**Sürekli işaret: f(t)** fonksiyonunun tanımlı olduğu her noktada işaretin sağdan ve soldan limitleri birbirine eşittir. Örneğin aşağıdaki şekilde verilen f(t)=sin(t) işaretinin "t" anı için sağdan ve soldan limitler birbirine eşittir. Aynı zamanda, her nokta için sağdan ve soldan limitler birbirine eşittir.




Sinüs işaretinin her noktasında sağdan ve soldan limitler eşit olduğundan sinüs işareti sürekli bir işarettir.

# 1.2 İşaretler

**Süreksiz işaret:** f(t) fonksiyonunun tanımlı olduğu aralıktaki herhangi bir noktada sağdan ve soldan limitler birbirine eşit değildir.

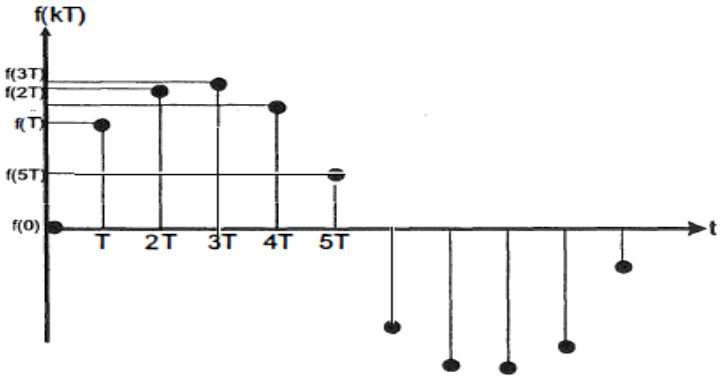



$$\lim_{t\to 0^-} f(t) = 1 \quad ve \quad \lim_{t\to 0^+} f(t) = 0$$

$\lim_{t\to 0^-} f(t) \neq \lim_{t\to 0^+} f(t)$ olduğundan $f(t)$ işareti

Süreksiz işarettir.

2-) ***Ayrık-zaman işaret:*** İşaretin bağlı olduğu bağımsız "**t**" değişkeni sadece belirli anlar için tanımlıdır ve işaret sadece bu anlar için değer almaktadır. Aşağıda sürekli-zaman "$\sin(t)$" işaretinin T periyodu ile örneklenmesi ile elde edilen ayrık zaman "$\sin(kT)$" işareti gösterilmiştir. $f(t) = \sin(t)$ $t \to kT$ için $f(kT) = \sin(kT)$

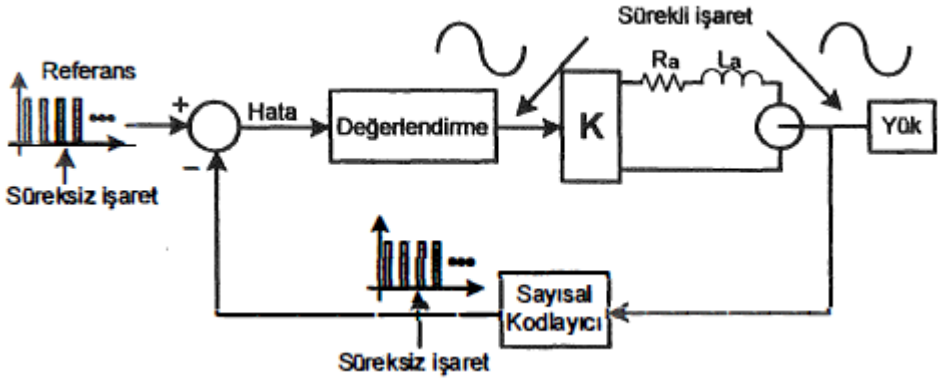



Şekilden görüldüğü gibi ayrık-zaman f(kT) işareti bağımsız "**t**" değişkeninin sadece belirli anları (0T, T, 2T, 3T, ...) için tanımlıdır. Yani f(kT) sadece bu anlar için bir değere sahiptir. İki nokta arasında f(kT) tanımsızdır dolayısıyla iki nokta arasında f(kT)'nin değeri için bir şey söylenemez, *çünkü iki nokta arasından sonsuz adet eğri geçebilir.*

# 1.2 İşaretler

**Sürekli Zaman Kontrol sistemi:**

İşaretler sürekli ve/veya süreksiz olabilir. Aşağıda örnek bir sürekli zaman kontrol sistemi gösterilmiştir.

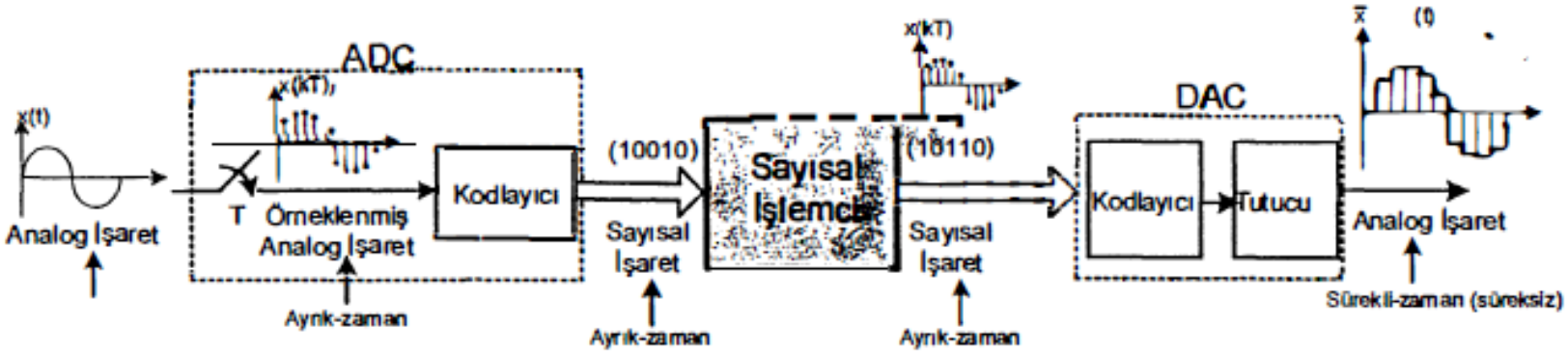



Şekilde verilen sistem incelendiğinde, kapalı-çevrim sistemindeki işaretlerin sürekli-zaman sürekli ve süreksiz işaretlerden oluştuğu görülmektedir.

## 1.2 İşaretler

**Ayrık-zaman sistem:**

Giriş ve çıkış işaretleri ayrık zaman olan sistemdir.Sayısal işlemciler (Bilgisayar, Programlanabilir Lojik Denetleyiciler, Mlkrodenetleyiciler, ... ) ayrık zaman sistemlere en iyi örnek teşkil ederler. Ancak gerçek zaman kontrol uygulamalarında kontrol edilen sistemin doğası gereği ölçülüp kontrol edilecek olan büyüklükler zamanda sürekli işaretlerdir. Bu büyüklüklerin sayısal işlemciler (mikrodenetleyici, DSP, PC, PLC) tarafından ölçülebilmesi, değerlendirilebilmesi ve kontrol işaretinin üretilebilmesi için aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi giriş-çıkışlarda sinyal dönüştürücü (ara-yüz) elemanlara ihtiyaç duyulur. Analog-Sayısal Dönüştürücü (Analog-Digital Converter, ADC) ve Sayısal-Analog Dönüştürücü (Digital-Analog Converter, DAC) olarak adlandırılan bu ara-yüz elemanlarının modellenmesi ilerleyen bölümlerde ele alınacaktır.




Şekilde verilen sayısal işlemci ayrık-zaman sistemlere en iyi örneklerden birisidir. Giriş ve çıkış işaretleri ayrık-zaman sayısal işaretlerdir.

## 1.3 Kontrol Sistemlerinin Sınıflandırılması

*Kontrol sistemleri ana ve alt başlıklar olarak aşağıda verildiği gibi sınıflandınlabilir.*

A) Analiz ve Sentez Yönünden

**A-1) Lineer Sistemler**

A-2) Lineer olmayan Sistemler

B) İşaret Türü Yönünden

**B-1) Sürekli, (AC, DC)**

**B-2) Ayrık, (Ayrık** analog, **Ayrık** sayısal)

B-3) **Belirgin** (Deterministik), Olası (Stokastik)

C) Karmaşıklık Yönünden

C-1) **Tek-giriş, tek-çıkış**

C-2) *Çok-giriş, çok-çıkış*

D) Sistemin Zamanla olan Fonksiyonel İlişkisi

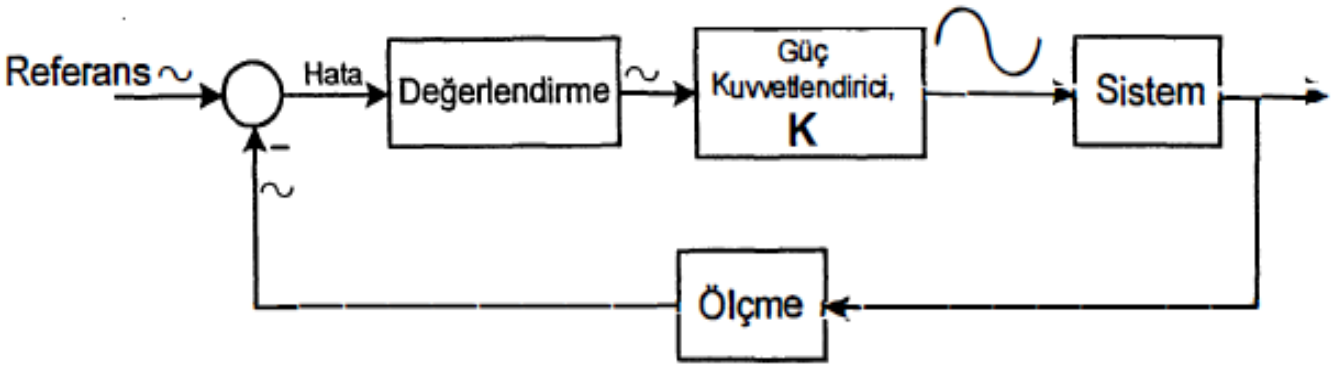
**D-**1) **Zamanla Değişmeyen**

D-2) Zamanla Değişen

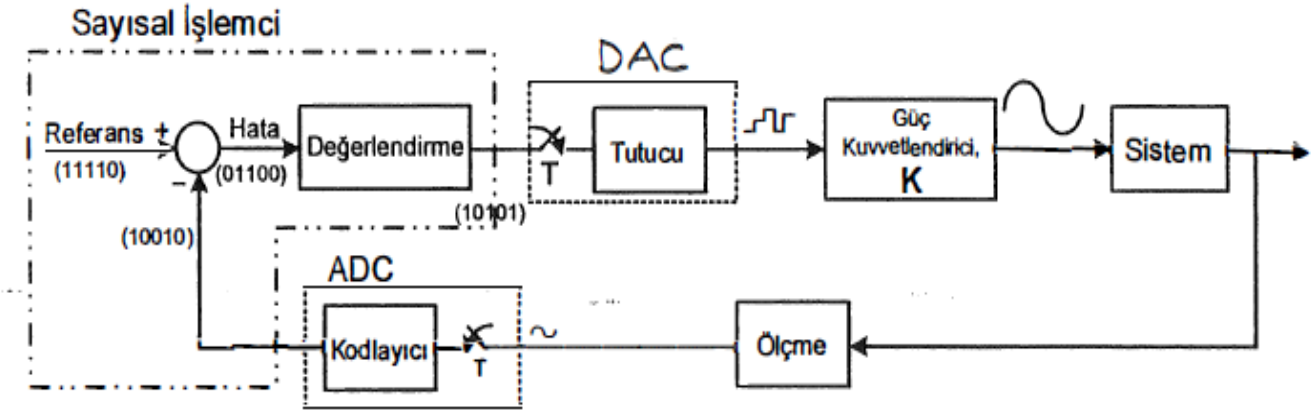
Sınıflandırılan kontrol sistemlerinden; lineer, zamanla değişmeyen, (çoğunlukla) tek-giriş tek-çıkış, zamanda sürekli ve ayrık işaretli sistemler incelenecektir.

Lineer, zamanla değişmeyen, **zamanda sürekli kontrol sistemine** ait kapalı çevrim kontrol blok diyagramı aşağıda gösterilmiştir.

# 1.3 Kontrol Sistemlerinin Sınıflandırılması




Burada "~" zamanda sürekli işareti temsil etmektedir. Bundan sonraki konu anlatımları akışı içinde kullanılacak olan zamanda sürekli işaret ifadesi yukarıda açıklanan "**sürekli ve süreksiz işaretleri** " kapsamaktadır. Lineer, zamanla değişmeyen, **zamanda ayrık kontrol sistemine** ait kapalı çevrim kontrol blok diyagramı ise aşağıda gösterilmiştir.




Ayrık-zaman kapalı çevrim kontrol sistemi

## 2. Statik ve Dinamik Sistemler

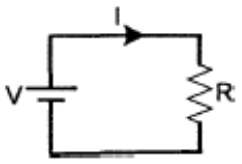
Kontrol teorisi açısından bir sistemin statik yada dinamik olması sistemdeki giriş-çıkış işaretlerinin değişimi ile ilgilidir. Sistemler, giriş ve çıkış işaretleri arasında gecikme olup olmamasına göre aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir.

i) Statik sistemler (giriş- çıkış işaretleri arasında gecikme yok)

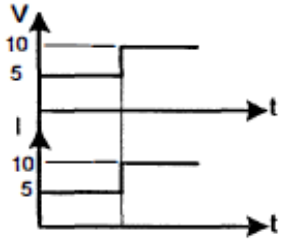
ii) Dinamik sistemler (giriş- çıkış işaretleri arasında gecikme var)

**Statik Sistemler**: Giriş-çıkış bağıntısı cebirsel denklemlerle ifade edilebilen sistemlerdir. Statik sistemlerde sistemin herhangi bir andaki çıkışı sadece o andaki girişe bağlıdır. Statik sistemlerde sistemin girişi ile çıkışı arasında gecikme yoktur. Sistem çıkışı giriş işaretindeki değişimleri gecikmesiz olarak ani olarak takip eder. Statik sistemler anlık sistemler olarak da adlandırılır. Örnek olarak aşağıda verilen elektrik devresi incelensin.

Giriş: Gerilim kaynağı işareti V, Çıkış: Yük akımı I, R=1 oHm



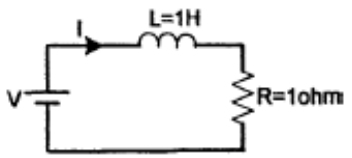

$$V(t) = Ri(t)$$




Sistemden akan akımın ifadesi I=V/R dir. Girişe uygulanan V gerilimi ile R direnci üzerinden akan akım grafiksel olarak yukarıda gösterilmiştir. Görüldüğü gibi girişe uygulanan V geriliminin değeri değiştiği anda I akımının değeri de gecikmesiz olarak değişmektedir.

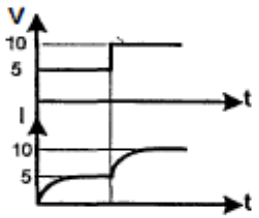
# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

**Dinamik Sistemler:** Sistemin herhangi bir andaki çıkışı, çıkış işaretinin ve/veya giriş işaretinin o andaki ve/veya geçmişteki değerlerine bağlı olan sistemlerdir. Dinamik sistemler bellekli sistemler olarak da adlandırılır.

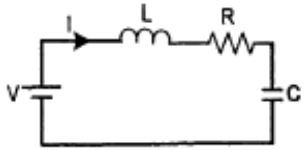



$$V(t) = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t)$$

$$I(t) = \frac{V}{R}(1 - e^{-t})$$




Yukarıda verilen örnek R-L devresinde görüldüğü gibi dinamik sistemlerde çıkış girişi belli bir gecikme ile takip eder. Dinamik sistemler diferansiyel denklemler veya aşağıda RLC devresinde verildiği gibi integro-diferansiyel denklemler ile ifade edilir.




$$\Rightarrow \quad V(t) = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt \quad \rightarrow \text{ integro-dif. denklem}$$

***Genel bir dinamik sistem;*** n. dereceden bir diferansiyel denklem ile aşağıdaki gibi modellenir.

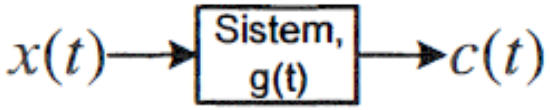
$$a_0\frac{d^n y}{dt^n} + a_1\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots a_{n-1}\frac{dy}{dt} + a_n y = b_0\frac{d^m x}{dt^m} + b_1\frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \ldots + b_m x$$

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

Bir sistemin analizi yapılırken sisteme ait diferansiyel denklemlerin çözülmesi gerekir. Ancak yüksek dereceli diferansiyel denklemlerin çözülmesi karmaşık işlemlerden dolayı zordur. Bu nedenle lineer dinamik sistemlerin çözümünde, işlem kolaylığı olması açısından, Laplace dönüşümü kullanılarak integro - diferansiyel denklemler cebirsel denklemlere dönüştürülür. Böylece sisteme ait diferansiyel denklemler çözülmeden grafiksel metotlar yardımı ile sistemin performansı incelenebilir.

## 2.1 Transfer fonksiyonu

Lineer zamanla değişmeyen sistemlerde başlangıç koşulları sıfır alınarak çıkış işaret Laplace dönüşümünün giriş işareti Laplace dönüşümüne oranına **transfer fonksiyonu** denir.




$X(s) \rightarrow$ *giriş işaret Laplace dönüşümü,* $C(s) \rightarrow$ *çıkış işaret Laplace dönüşümü*

Reel bağımsız değişkenli bir *f(t)* fonksiyonunun **Laplace dönüşümü;**

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt\,, \quad (s = \sigma + jw \text{ olmak üzere}) \quad \textbf{\textit{ifadesi ile hesaplanır.}}$$

$$X(s) = L\{x(t)\} = \int_0^\infty x(t)e^{-st}dt \quad \text{ve}$$

$$C(s) = L\{c(t)\} = \int_0^\infty c(t)e^{-st}dt \quad \text{dir.}$$

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.1 Transfer fonksiyonu

Çıkış ifadesi, *kompleks S-düzleminde* $C(s) = X(s)G(s)$ ***çarpımı*** dır.

***Transfer fonksiyonu*** $G(s) = \dfrac{C(s)}{X(s)} = \dfrac{\text{Çıkışın Laplace dönüşümü}}{\text{Girişin Laplace dönüşümü}}$ *(ilk koşullar sıfır)*

n.dereceden bir sistem için ***ilk koşullar=0*** alınarak genel transfer fonksiyonu;

$n \geq m$ olmalı

Gerçek sistem için nedensellik

$$G(s) = \frac{C(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \ldots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + s^n}$$ ifadesi ile verilir.

Kompleks düzlemde $C(s) = X(s)G(s)$ çarpımı, zaman domeninde $c(t) = x(t) * g(t)$ ***konvolüsyon integraline*** karşılık gelir.

$$c(t) = L^{-1}\{C(s)\} = x(t) * g(t) = \int_0^t x(\tau) g(t-\tau) d\tau \rightarrow$$ *konvolüsyon integrali (**katlama integrali**).*

$$= \int_0^t g(\tau) x(t-\tau) d\tau$$ ile verilir. $g(t)$ ve $x(t)$ $t < 0$ için sıfırdır.

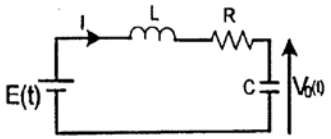
$$= g(t) * x(t)$$

$$C(s) = L\left\{\int_0^t g(\tau) x(t-\tau) d\tau\right\} = G(s)X(s)$$ *yazılabilir.*

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.1 Transfer fonksiyonu

**Örnek:** Aşağıda verilen R-L-C devresinin transfer fonksiyonunu (matematiksel modelini) elde ediniz.




$$\frac{V_0(s)}{E(s)} = ?$$

*Herhangi bir sistemin transfer fonksiyonu yazılırken;*

**1-)** Öncelikle incelenen sistemin *t-domenin de* dinamik denklemleri yazılır.

R-L-C devresi için dinamik denklemler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$E(t) = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$V_0(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

**2-)** *t-domeninde* yazılan integro-diferansiyel denklemler ilk **koşullar=0** alınarak *s-domenine* dönüştürülür. t-domeninden s-domenine geçilirken integral ve türev operatörleri için aşağıdaki dönüşümler yapılır.

$$\frac{d}{dt} \rightarrow s, \qquad \int dt \rightarrow \frac{1}{s}$$

Bu durumda R-L-C devresi için 1. adımda elde edilen integro-diferansiyel denklemler aşağıdaki gibi *s-domenine* dönüştürülür.

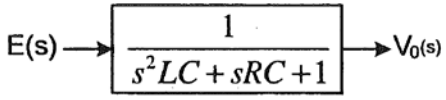
$$E(s) = LsI(s) + RI(s) + \frac{1}{C}\frac{1}{s}I(s) = I(s)\left[\frac{s^2LC + sRC + 1}{sC}\right]$$

$$V_0(s) = \frac{I(s)}{sC}$$

Böylece RLC sistemine ait transfer fonksiyonu,

$$\frac{V_0(s)}{E(s)} = \frac{1}{s^2LC + sRC + 1}$$

olarak bulunur. Yukarıda verilen R-L-C devresinde transfer fonksiyonuna ait kontrol blok diyagram transfer fonksiyonu aşağıda verilmiştir.




R-L-C devresine ait transfer fonksiyonu

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

Aşağıda verilen tanımlara göre;

$f(t)=0 \quad t<0$ için ,

$s=\sigma+jw$ *bir kompleks değişken ve* $F(s)$, $f(t)$ *'nin Laplace dönüşümü olmak üzere,*

$$F(s)=L\{f(t)\}=\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt \quad \text{dir.}$$

Ters Laplace dönüşümü ise,

$$f(t)=L^{-1}\{F(s)\}=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} f(t)e^{st}ds \qquad t>0 \quad \text{integrali ile hesaplanabilir.}$$

*Ters Laplace işleminin integral ifadesine bakıldığında karmaşık olduğu görülmektedir, ters Laplace işlemlerinde bu ifade pek kullanılmamaktadır. Çok daha basit yöntemler ile ters Laplace işlemi gerçekleştirilmektedir.*

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

**Örnek1:** $f(t)=0 \qquad t<0$

$f(t)=10u(t) \qquad t\geq 0$ *verildiğine göre Laplace dönüşümü* $F(s)$*'i bulunuz,*

$$F(s)=L\{f(t)\}=\int_0^\infty 10e^{-st}dt=-\frac{10}{s}e^{-st}\Big|_0^\infty=0-(-\frac{10}{s})$$

$$F(s)=\frac{10}{s}$$

**Örnek2:** $f(t)=0 \qquad t<0$

$f(t)=t \qquad t\geq 0$ *verildiğine göre Laplace dönüşümü* $F(s)$ *bulunuz,*

$$F(s)=L\{f(t)\}=\int_0^\infty te^{-st}dt=-t\frac{e^{-st}}{s}\Big|_0^\infty-\int_0^\infty\frac{e^{-st}}{-s}dt$$

$$=\frac{1}{s}\int_0^\infty e^{-st}dt$$

$$F(s)=\frac{1}{s^2}$$

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

**Örnek3:**

$f(t)=0 \qquad t<0$

$f(t)=\sin wt \qquad t\geq 0$ *verildiğine göre Laplace dönüşümü* $F(s)$ *bulunuz,*

$$F(s)=L\{f(t)\}=\int_0^\infty \sin wt\, e^{-st}dt$$

$\sin wt=\frac{1}{2j}(e^{jwt}-e^{-jwt})$ *olarak yazılır ve integral ifadesinde yerine koyulur ise,*

$$=\frac{1}{2j}\int_0^\infty (e^{jwt}-e^{-jwt})e^{-st}dt=\frac{1}{2j}\int_0^\infty (e^{(jw-s)t}-e^{-(jw+s)t})dt$$

$$=\frac{1}{2j}\left(-\frac{e^{-(s-jw)t}}{s-jw}+\frac{e^{-(jw+s)t}}{s+jw}\right)\Bigg|_0^\infty=\frac{1}{2j}\left(\frac{1}{s-jw}-\frac{1}{s+jw}\right)$$

$$=\frac{1}{2j}\left(\frac{s+jw}{(s-jw)(s+jw)}-\frac{s-jw}{(s+jw)(s-jw)}\right)$$

$$=\frac{w}{s^2+w^2}$$

$$F(s)=\frac{w}{s^2+w^2}$$

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

**Örnek4:** $f(t)=0 \qquad t<0$

$f(t)=e^{-3t} \qquad t\geq 0$ *verildiğine göre Laplace dönüşümü* $F(s)$ *bulunuz,*

$$F(s)=L\{f(t)\}=\int_0^\infty e^{-3t}e^{-st}dt=\int_0^\infty e^{-(s+3)t}dt$$

$$=\frac{1}{-(s+3)}e^{-(s+3)t}\Big|_0^\infty=0-(-\frac{1}{s+3})$$

$$F(s)=\frac{1}{s+3}$$

$f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümünü almak için her defasında $F(s)=L\{f(t)\}=\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$ integralinin hesaplanması gerekmez.

Verilen bir $f(t)$ fonksiyonun Laplace dönüşümünü bulmak için Laplace dönüşüm tablosundan yararlanılabilir. Aşağıda, gerekli durumlarda başvurmak üzere, en genel ve sık kullanılan $f(t)$ fonksiyonları için Laplace dönüşüm Tablosu verilmiştir.

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

*Genel Laplace Dönüşüm Çiftleri*

| ***f(t) fonksiyon*** | ***Laplace Dönüşüm*** |
|---|---|
| $\delta(t)$ | $1$ |
| $u(t)$ | $\frac{1}{s}$ |
| $t$ | $\frac{1}{s^2}$ |
| $e^{-at}$ | $\frac{1}{s+a}$ |
| $\frac{1}{a}(1-e^{-at})$ | $\frac{1}{s(s+a)}$ |
| $\frac{1}{b-a}\left(e^{-at}-e^{-bt}\right)$ | $\frac{1}{(s+a)(s+b)}$ |
| $\frac{1}{ab}\left[1+\frac{1}{a-b}\left(be^{-at}-ae^{-bt}\right)\right]$ | $\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$ |
| $te^{-at}$ | $\frac{1}{(s+a)^2}$ |
| $\sin(\omega_n t)$ | $\frac{\omega}{s^2+\omega_n^2}$ |
| $\cos(\omega_n t)$ | $\frac{s}{s^2+\omega_n^2}$ |
| $e^{-at}\sin(\omega_n t)$ | $\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega_n^2}$ |
| $e^{-at}\cos(\omega_n t)$ | $\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega_n^2}$ |

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

Kontrol mühendisliğinde önemli olan bazı Laplace dönüşüm özellikleri aşağıda Tablo halinde verilmiştir.

*Genel Laplace Dönüşüm Özellikleri*

| *Tanım* | *Gösterilim* |
|---|---|
| *Dönüşüm tanımı* | $f(t) \xleftrightarrow{L} F(s)$ <br> $F(s) = \int_{0^-}^{\infty} f(t)e^{-st}dt$ |
| *Lineerlik* | $Af_1(t) + Bf_2(t) \xleftrightarrow{L} AF_1(s) + BF_2(s)$ |
| *Birinci Türev* | $\frac{df(t)}{dt} \xleftrightarrow{L} sF(s) - f(0^-)$ |
| *İkinci türev* | $\frac{d^2f(t)}{dt^2} \xleftrightarrow{L} s^2F(s) - sf(0^-) - \dot{f}(0^-)$ |
| *n. dereceden türev* | $\frac{d^nf(t)}{dt^n} \xleftrightarrow{L} s^nF(s) - \sum_{i=1}^{n} s^{n-i} f^{(i-1)}(0^-)$ |
| *İntegral* | $\int_0^t f(\lambda)d\lambda \xleftrightarrow{L} \frac{1}{s}F(s)$ |
| *Zaman ile çarpma* | $tf(t) \xleftrightarrow{L} -\frac{dF(s)}{ds}$ |
| *Zaman gecikmesi* | $f(t-a)U(t-a) \xleftrightarrow{L} e^{-as}F(s)$ |
| *Kopmleks kaydırma* | $f(t)e^{-at} \xleftrightarrow{L} F(s+a)$ |
| *Ölçekleme* | $f\left(\frac{t}{a}\right) \xleftrightarrow{L} aF(as)$ |
| *Konvolüsyon Özelliği* | $f_1(t) * f_2(t) \xleftrightarrow{L} F_1(s)F_2(s)$ |
| *İlk değer teoremi* | $\lim_{t\to 0^+} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$ |
| *Son değer teoremi* | $\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$ |

**1. dereceden türev ifadesinin Laplace dönüşümü ,**

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt = f(t)\frac{e^{-st}}{-s}\Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty}\left[\frac{d}{dt}f(t)\right]\frac{e^{-st}}{-s}dt\,, \quad u = f(t) \quad dv = e^{-st}dt \quad \textit{dönüşümü yapılır}$$

$$du = df(t) \quad v = \frac{e^{-st}}{-s} \quad \text{ve} \quad uv - \int vdu \ \textit{integral hesabı yapılır ise,}$$

$$= \frac{f(0)}{s} + \frac{1}{s}L\left\{\left[\frac{d}{dt}f(t)\right]\right\}$$

$$L\left\{\left[\frac{d}{dt}f(t)\right]\right\} = sF(s) - f(0)$$

2. dereceden türev ifadesinin Laplace dönüşümü , $g(t) = \frac{df(t)}{dt}$ tanımı yapılır,

$$L\left\{\left[\frac{d^2}{dt^2}f(t)\right]\right\} = L\left\{\left[\frac{d}{dt}g(t)\right]\right\} = sL[g(t)] - g(0)\,, \qquad g(0) = \frac{df(0)}{dt}$$

$$= sL\left\{\left[\frac{d}{dt}f(t)\right]\right\} - \frac{df(0)}{dt}$$

$$= s[sF(s) - f(0)] - \frac{df(0)}{dt}$$

$$= s^2F(s) - sf(0) - \frac{df(0)}{dt}$$

Benzer olarak n. dereceden türev ifadesinin Laplace dönüşümü elde edilebilir,

$$L\left[\frac{d^n}{dt^n}f(t)\right] = s^nF(s) - s^{n-1}f(0) - s^{n-2}\frac{df(0)}{dt} - \ldots\ldots\ldots\ldots - s^{n-2}f(0) - s^{n-1}f(0)$$

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

***Laplace dönüşüm özellikleri ilgili örnekler:***

**Örnek1:** $C(s)=\dfrac{12}{s(s+1)(s+3)}$ olarak verildiğine göre $c(\infty)=?$ değerini hesaplayınız.

*Son değer teoreminden,*

$$c(\infty)=\lim_{t\to\infty}c(t)=\lim_{s\to 0}sC(s)$$

$$c(\infty)=\frac{12}{(0+1)(0+3)}\rightarrow$$

$$c(\infty)=4$$

**Örnek2:** $f(t)=0 \qquad t<0$

$f(t)=e^{-3t}u(t) \quad t\geq 0$ *verildiğine göre* $f(t-3)u(t-3)$ *Laplace dönüşümü bulunuz.*

$L\{f(t-a)u(t-a)\}=e^{-as}F(s)$ *zaman gecikme özelliği kullanılacaktır,*

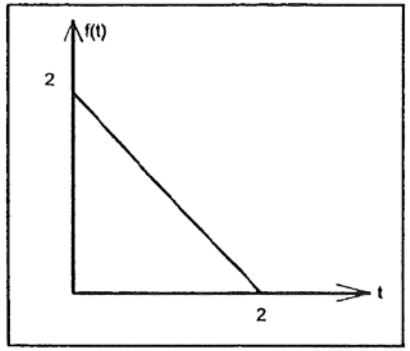
$L\{e^{-3t}\}=\dfrac{1}{s+3}$ *daha önceden bulunmuştu veya tablodan elde edilebilir.*

$$L\{f(t-3)u(t-3)\}=\frac{e^{-3s}}{s+3}$$

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

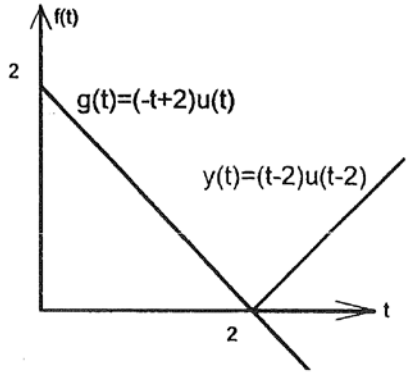
## 2.2 Laplace Dönüşümü

**Örnek4:**




*Yanda verilen $f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü $F(s)$'i bulunuz.*

*$f(t)$ fonksiyonu $g(t)$ ve $y(t)$ fonksiyonlarının toplamı olarak düşünülebilir.*




Sırası ile $g(t)$ *ve* $y(t)$ *fonksiyonları için Denklemler yazılır ise,*

$g(t) = (-t+2)u(t)$ ve

$y(t) = (t-2)u(t-2)$ ifadeleri elde edilir.

$f(t)$ eğrisi,

$f(t) = g(t) + y(t)$ ile elde edilebilir.

$$= (-t+2)u(t) + (t-2)u(t-2)$$

$$F(s) = L\{f(t)\} = L\{g(t)\} + L\{y(t)\}$$ *lineerlik özelliği*

$$F(s) = L\{(-tu(t) + 2u(t)\} + L\{(t-2)u(t-2)\}, \quad L\{(t-2)u(t-2)\} = \frac{e^{-2s}}{s^2}$$ *zaman gecikme özelliği*

$$F(s) = -\frac{1}{s^2} + \frac{2}{s} + \frac{e^{-2s}}{s^2} \quad \rightarrow \quad F(s) = -\frac{1}{s^2}(1 - e^{-2s}) + \frac{2}{s}$$ dir.

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

### 2.3 Ters Laplace dönüşümü

Ters Laplace dönüşümü, $F(s)$ in rezidü toplamları bulunarak elde edilebilir. $F(s)$, fonksiyonu her bir kutup için rezidü'ye sahiptir.

$f(t)=L^{-1}\{F(s)\}=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} f(t)e^{st}ds=\sum F(s)'in \quad rezidüleri,$ F(s)'in basit bir kutup için rezidü hesabı, $rezidü=\lim_{s\to kutup}[(s-kutup)F(s)e^{st}]$ ifadesi ile hesaplanır. Diğer bir kompakt ifade ile , kompleks değişkenli fonksiyonlar teoreminden rezidü yöntemi ile ters Laplace dönüşümü $f(t)=L^{-1}\{F(s)\}$,

$$f(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{d\xi^{m-1}}\left[(s-s_i)^m F(s)e^{st}\right]_{s=s_i}$$

ifadesi kullanılarak hesaplanır.

*Ters Laplace dönüşümü için diğer bir yol, Transfer fonksiyonu basit kesirlere ayrılır ve her bir terim için ters Laplace dönüşümü bulunur.*

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

**Örnek1:** $F(s)=\dfrac{10(s+5)}{s(s+2)}$ *verilmektedir. Ters Laplace dönüşümü ile* $f(t)$ *'yi elde ediniz.*

*Kutuplar:* $s_1=0$ ve $s_2=-2$ dir. Her bir kutup için rezidü hesabı aşağıda yapılmaktadır. 2 adet rezidü var.

$$f(t)=L^{-1}\{F(s)\}=\sum F(s)\,in\ rezidüleri$$

$$f(t)=\lim_{s\to 0}\left[(s-0)\frac{10(s+5)}{s(s+2)}e^{st}\right]+\lim_{s\to -2}\left[(s-2)\frac{10(s+5)}{s(s+2)}e^{st}\right]$$

$$f(t)=\frac{10(0+5)}{(0+2)}e^{0t}+\frac{10(-2+5)}{-2}e^{-2t}$$

$$f(t)=25-15e^{-2t}$$

# 2. Statik ve Dinamik Sistemler

## 2.2 Laplace Dönüşümü

**Katlı kök durumunda Rezidüler:** *Katlı kök durumunda rezidü hesabında aşağıda verilen ifade kullanılır.*

$$rezidü = \lim_{s \to kutup} \frac{1}{(n-1)!} \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} \left[ (s - kutup)^n F(s) e^{st} \right]$$

**Örnek:** $F(s) = \dfrac{10(s+5)}{(s-2)^3}$ *verilmektedir. Ters Laplace dönüşümü ile* $f(t)$*'yi elde ediniz.*

Kutuplar: $s_{1,2,3} = 2$ bir adet rezidü vardır, katlılık derecesi n=3 tür.

$$f(t) = \lim_{s \to 2} \frac{1}{2!} \frac{d^2}{ds^2} \left[ (s-2)^3 \frac{10(s+5)}{(s-2)^3} e^{st} \right]$$

$$= \lim_{s \to 2} \frac{1}{2!} \frac{d^2}{ds^2} \left[ 10(s+5) e^{st} \right]$$

$$= \lim_{s \to 2} \frac{1}{2!} \frac{d^2}{ds^2} \left[ 10 s e^{st} + 50 e^{st} \right]$$

$$= \lim_{s \to 2} \frac{1}{2} \frac{d}{ds} \left[ 10 s t e^{st} + 10 e^{st} + 50 t e^{st} \right]$$

$$= \lim_{s \to 2} \frac{1}{2} \left[ 10 s t^2 e^{st} + 10 t e^{st} + 10 t e^{st} + 50 t^2 e^{st} \right]$$

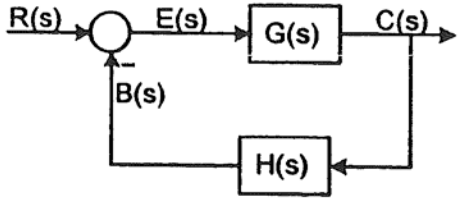
$$= \frac{1}{2} \left[ 20 t^2 e^{2t} + 10 t e^{2t} + 10 t s e^{2t} + 50 t^2 e^{2t} \right]$$

$$f(t) = (35 t^2 + 10 t) e^{2t}$$

# 3. Kontrol Sistemlerinin Blok Diyagramları

## 3.1 Bozucu Girişsiz Kapalı-Çevrim transfer fonksiyonu

Aşağıda verilen örnek bir negatif geri beslemeli sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu, $T(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$, şu şekilde bulunur.




1) $B(s)=C(s)H(s)$

2) $E(s)=R(s)-B(s)$

$E(s)=R(s)-C(s)H(s)$

3) $C(s)=G(s)E(s)$

$C(s)=G(s)\left[R(s)-C(s)H(s)\right]$

$G(s)R(s)=C(s)\left[1+G(s)H(s)\right]$

$$\boxed{\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}}$$ *olarak elde edilir.*

# 3. Kontrol Sistemlerinin Blok Diyagramları

## 3.1 Bozucu Girişsiz Kapalı-Çevrim transfer fonksiyonu

$T(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$ ifadesinde $G(s)=\dfrac{C(s)}{E(s)}$ ileri yol transfer fonksiyonunu, $H(s)=\dfrac{B(s)}{C(s)}$ ise geri yol transfer fonksiyonu olarak adlandırılır. Dolayısı ile negatif geri beslemeli sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu;

$$\boxed{T(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\textit{ileri yol transfer fonksiyonu}}{1+\textit{ileri yol transfer fonksiyonu}*\textit{geri yol transfer fonksiyonu}}}$$

şeklinde yazılır. Eğer geri besleme pozitif ise bu durumda sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu;

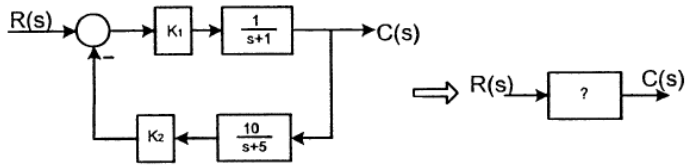
$$\boxed{T(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\textit{ileri yol transfer fonksiyonu}}{1-\textit{ileri yol transfer fonksiyonu}*\textit{geri yol transfer fonksiyonu}}}$$

olarak bulunur.

# 3. Kontrol Sistemlerinin Blok Diyagramları

## 3.1 Bozucu Girişsiz Kapalı-Çevrim transfer fonksiyonu

**Örnek:** Aşağıda verilen negatif geri beslemeli sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu bulunuz.







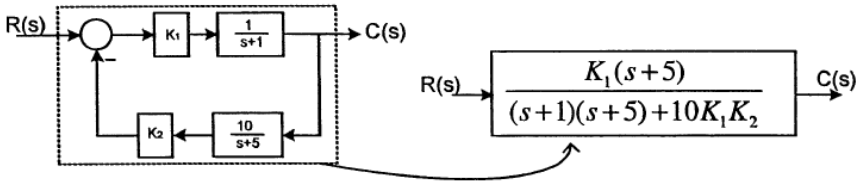
Sistemin ileri yol transfer fonksiyonu → $G(s)=\dfrac{K_1}{s+1}$

Sistemin geri yol transfer fonksiyonu → $H(s)=\dfrac{10K_2}{s+5}$

Bu durumda sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu yukarıda elde edilen ifadeden,

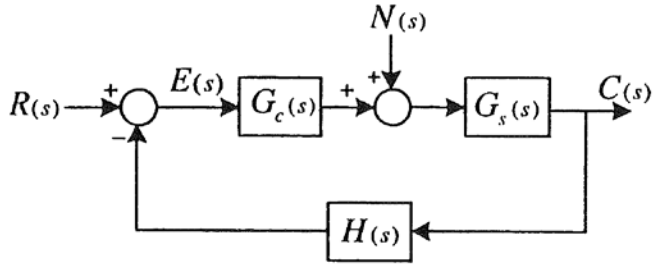
$$T(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\dfrac{K_1}{s+1}}{1+\dfrac{K_1}{s+1}\dfrac{10K_2}{s+5}}=\frac{K_1(s+5)}{(s+1)(s+5)+10K_1K_2}$$

olarak bulunur.



# 3. Kontrol Sistemlerinin Blok Diyagramları

## 3.2 Bozucu Girişli Kapalı-Çevrim transfer fonksiyonu




$R(s)$ = Referans giriş
$N(s)$ = Bozucu giriş
$G_c(s)$ = Kontrolör
$G_s(s)$ = Kontrol edilen sistem
$H(s)$ = Ölçme düzeneği

Bozucu giriş, $N(s)$, sisteme (+) veya (-) olarak etki edebilir. Yukarıdaki kapalı çevrim kontrol blok diyagramında bozucu girişin etkisi keyfi olarak (+) alınmıştır.
Kontrolör tasarımında $N(s)=0$ alınır. $G_c(s)$ Kontrolörünün, bozucu girişi $N(s)$'in sistem cevabı $C(s)$'a olan etkisini yok etmesi istenir ve tasarım ona göre yapılır.

a) **Açık çevrim transfer fonksiyonu (AÇTF):** Çevrim içindeki transfer fonksiyonlarının çarpımından oluşur.

$$AÇTF = G_c(s)G_s(s)H(s)$$
$$= \textit{ileri yol transfer fonksiyonu} * \textit{geri yol transfer fonksiyonu}$$

**b) İleri yol transfer fonksiyonu:** Çıkış sinyali ile hata sinyali arasındaki transfer fonksiyonudur.

$$\frac{C(s)}{E(s)} = G_c(s)G_s(s)$$

*Yukarıda verilen kapalı çevrim kontrol blok diyagramında sistemin iki giriş işareti vardır: Referans giriş $R(s)$ ve Bozucu giriş $N(s)$. Bu durumda çıkış ifadesi lineer sistemlerin toplamsallık özelliğinden yararlanarak elde edilebilir.*

# 3. Kontrol Sistemlerinin Blok Diyagramları

## 3.2 Bozucu Girişli Kapalı-Çevrim transfer fonksiyonu

Lineer sistemler süper pozisyon (çarpımsallık-toplamsallık) ilkesini sağlarlar. Önce her bir giriş için çıkış bulunur. Bu amaç için sırasıyla:

i) Giriş $R(s) \neq 0$, $N(s) = 0$ durumu için çıkış → $C(s) = C_R(s)$

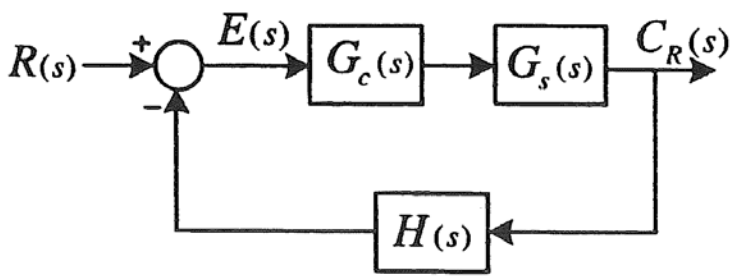
ii) Giriş $N(s) \neq 0$, $R(s) = 0$ durumu için çıkış → $C(s) = C_N(s)$

Her iki giriş $R(s) \neq 0$ ve $N(s) \neq 0$ için çıkış ifadesi, her bir giriş için elde edilen çıkışların toplamı,

$$C(s) = C_R(s) + C_N(s)$$ ile elde edilir.

Yukarıda anlatılan i) ve ii) adımları ile sırasıyla $C_R(s)$ ve $C_N(s)$ ifadeleri elde edilsin.

i) Giriş $R(s) \neq 0$, $N(s) = 0$ için, kapalı çevrim kontrol blok diyagramı ,




olarak düzenlenebilir.

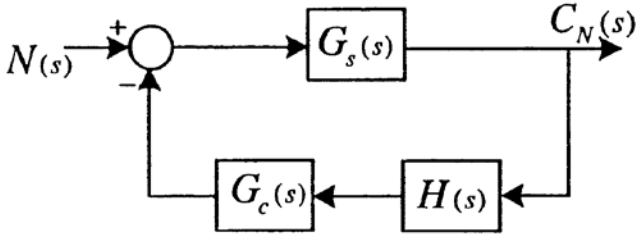
# 3. Kontrol Sistemlerinin Blok Diyagramları

## 3.2 Bozucu Girişli Kapalı-Çevrim transfer fonksiyonu

Dikkat edilirse sistemin yeni hali negatif geri beslemeli kapalı çevrim kontrol blok diyagramı formundadır. $\frac{C_R(s)}{R(s)}$ Kapalı-çevrim transfer fonksiyonu, daha önceden elde edilen genel ifade $T(s)=\frac{C(s)}{R(s)}$ kullanılarak doğrudan yazılabilir,

$$C_R(s)=\frac{G_c(s)G_s(s)}{1+G_c(s)G_s(s)H(s)}R(s)$$

ii) Giriş $N(s)\neq 0$, $R(s)=0$ için, kapalı çevrim kontrol blok diyagramı yeniden çizilir ise,




elde edilir. $\frac{C_N(s)}{N(s)}$ Kapalı-çevrim transfer fonksiyonu, yine genel ifade $T(s)=\frac{C(s)}{R(s)}$ kullanılarak doğrudan yazılabilir ve,

$$C_N(s)=\frac{G_s(s)}{1+G_c(s)G_s(s)H(s)}N(s)$$

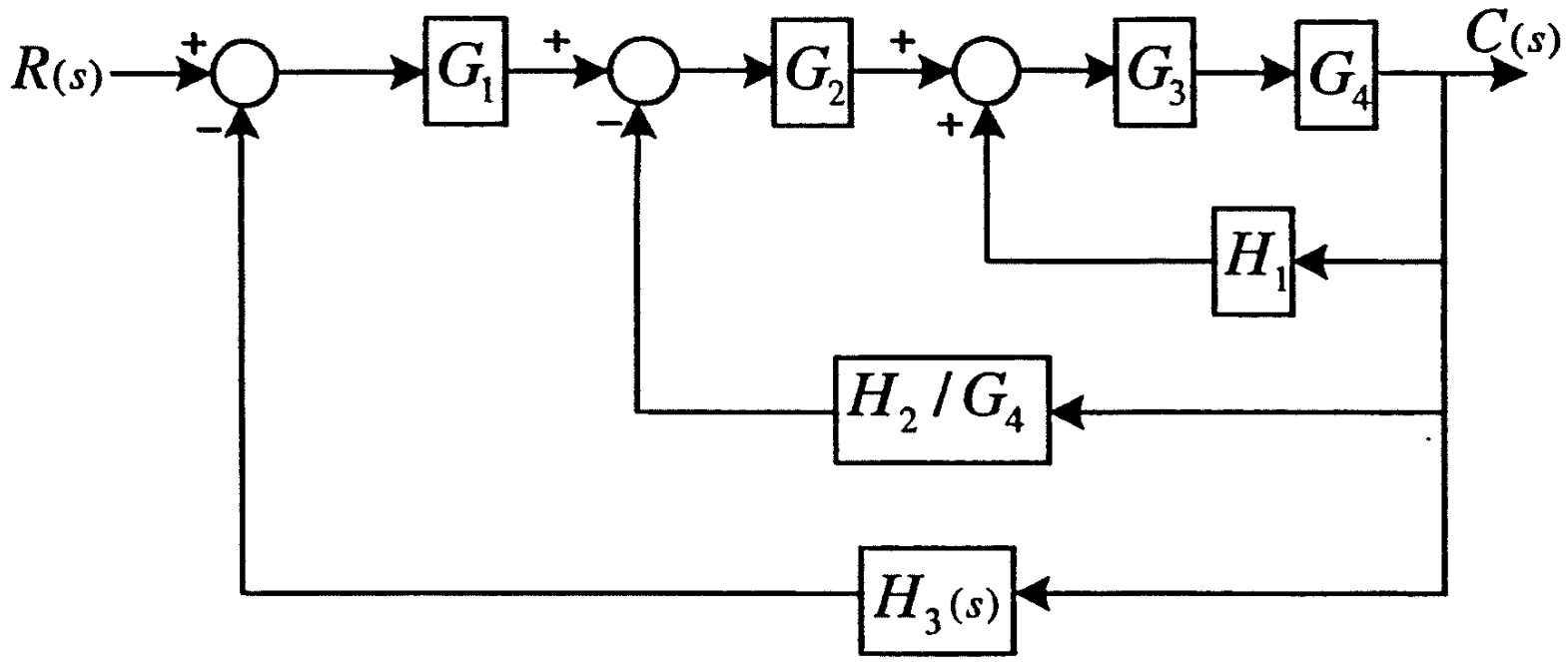
olarak elde edilir.

Her iki girişin sıfırdan farklı olduğu, $R(s) \neq 0$, $N(s) \neq 0$, durum için sistem çıkış $C(s)$ ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$C(s) = C_R(s) \mp C_N(s)$ olmak üzere,

$$C(s) = \frac{G_c(s)G_s(s)}{1+G_c(s)G_s(s)H(s)} R(s) \mp \frac{G_s(s)}{1+G_c(s)G_s(s)H(s)} N(s)$$ elde edilir.

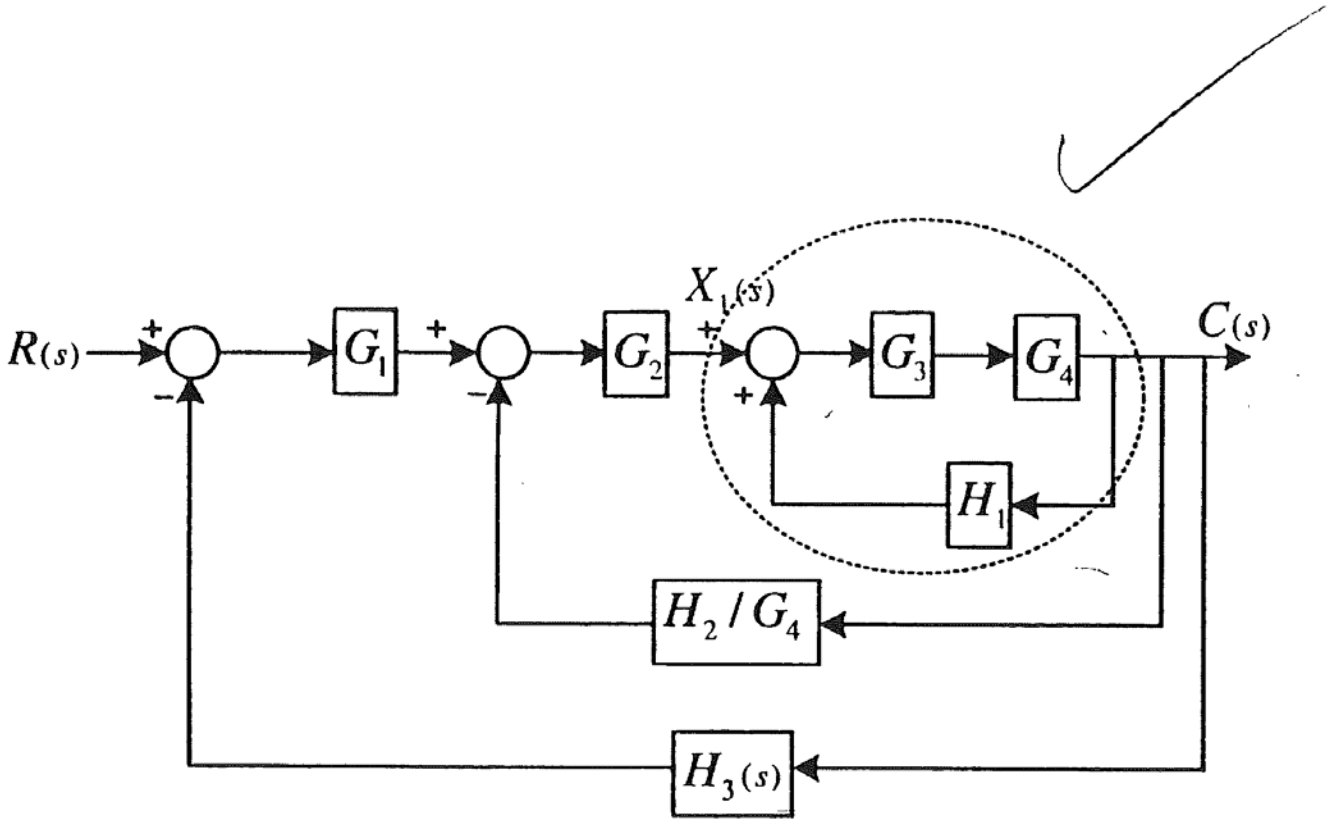
**Örnek:** Aşağıda kapalı çevrim kontrol blok diyagramı verilen sistemin kapalı-çevrim transfer fonksiyonunu elde ediniz.




$$\frac{C(s)}{R(s)} = ?$$

Önce daire içine alınan kısım indirgenir.

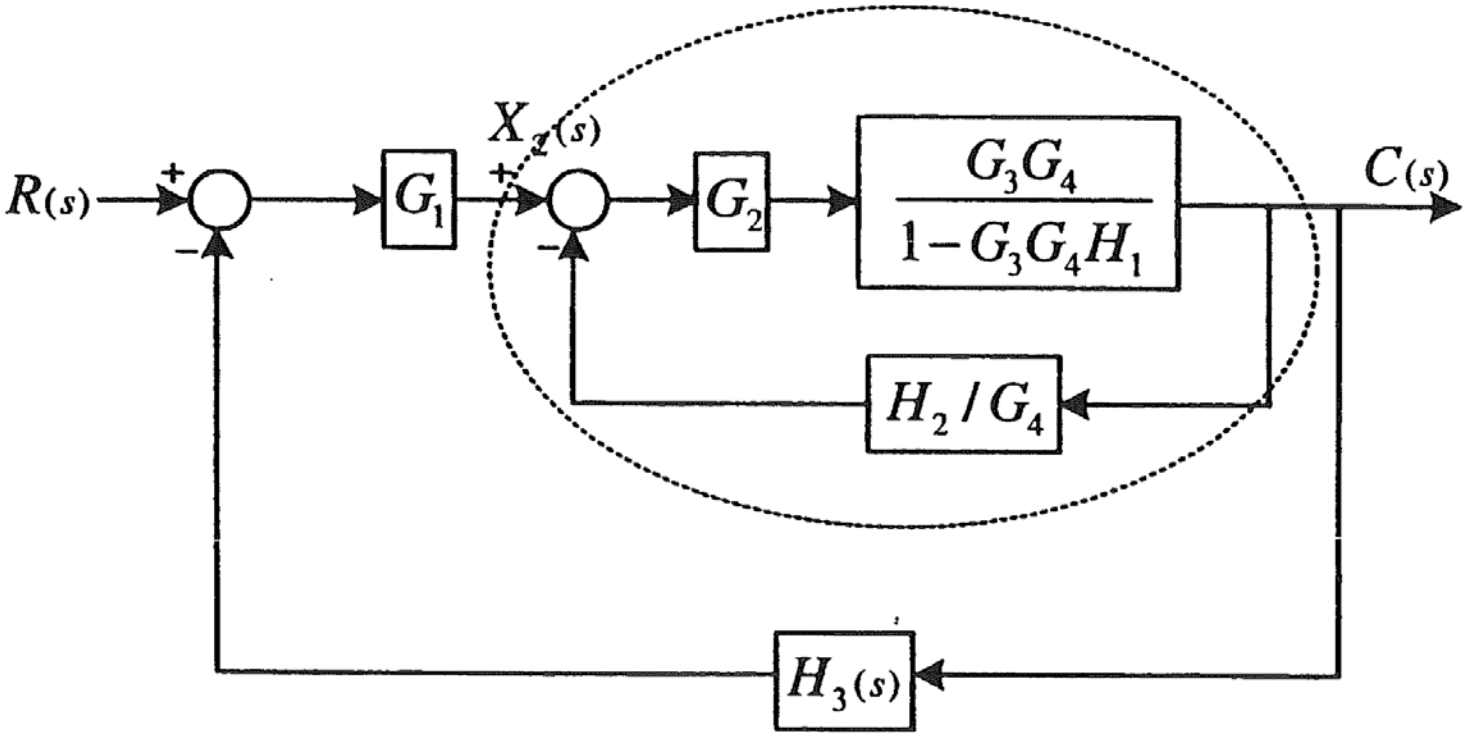
# 3. Kontrol Sistemlerinin Blok Diyagramları




$$\frac{C(s)}{X_1(s)} = \frac{G_3 G_4}{1 - G_3 G_4 H_1}$$

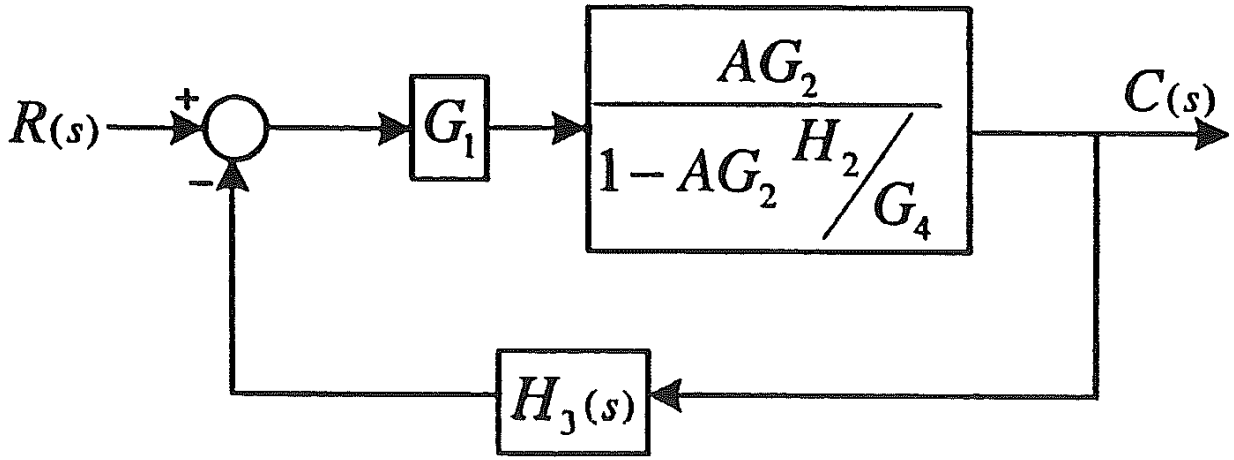
Benzer şekilde indirgemeye devam edilir.

# 3. Kontrol Sistemlerinin Blok Diyagramları




$$\frac{G_3G_4}{1-G_3G_4H_1} = A \rightarrow \frac{C(s)}{X_2(s)} = \frac{AG_2}{1+AG_2 \, H_2/G_4}$$

3. Kontrol Sistemlerinin Blok Diyagramları




$$\frac{AG_2}{1+AG_2 H_2/G_4} = B \Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{BG_1}{1+BG_1H_3} = \frac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_2G_3H_2-G_3G_4H_1+G_1G_2G_3G_4H_3}$$

elde edilir.

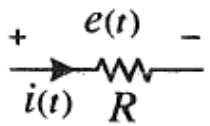
# Fiziksel Sistemlerin Matematiksel Modelleri

Bir sistemin matematik modeli o sistemin davranışını gösteren matematiksel bağıntılardır. Bu bağıntılar cebrik denklemler, diferansiyel denklemler ve diferans (fark) denklemleri şeklinde olabilir.
Sistem değişkenleri arasındaki bağıntıyı veren denklemlere otomatik kontrol sistemin matematik modeli denir. Fiziksel bir sistem elektrik, mekanik, pnömatik, hidrolik, termik veya bunların karışımı bir temele dayanabilir.

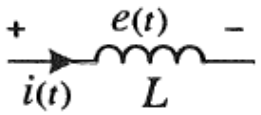
## 7.1 Elektriksel sistemler

*Kaynaklar:* **Gerilim** (V), **Akım** (I)

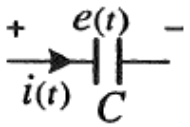
*Elemanlar:* Direnç, Self, Kondansatör




$$e(t) = R * i(t)$$

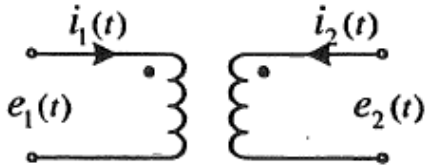



$$e(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$




$$e(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

ideal trafo,




$$e_1(t) * i_1(t) = e_2(t) * i_2(t)$$

# Mekanik Sistemler

Mekanik sistemleri doğrusal hareketli ve döner hareketli olmak üzere iki grupta incelemek mümkündür.

**2-1) Doğrusal hareketli mekanik sistemler**

*Kaynaklar:* Kuvvet {f(t)}, hız {v(t)}

*Elemanlar:* Sürtünme $f(t) = Bv(t)$

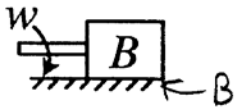
Kütle $f(t) = m\dfrac{dv(t)}{dt}$

Yay $f(t) = k\int_0^t v(t)dt$

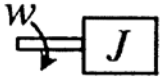
**2-2) Döner hareketli mekanik sistemler**

*Kaynaklar:* Moment {T(t)}, açısal hız {w(t)}

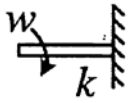
*Elemanlar:* Sürtünme $T(t) = Bw(t)$



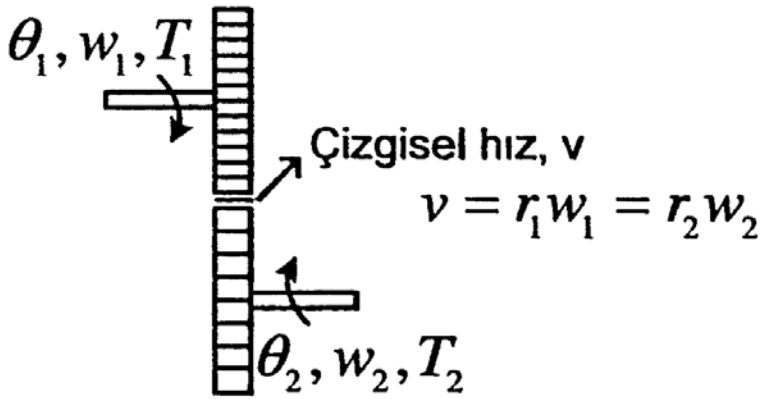

Atalet $T(t) = J\dfrac{dw(t)}{dt}$




Bükülme $T(t) = k\int_0^t w(t)dt$



## Dişli Takımı




*Dişli takımı üzerinde alınan yollar eşittir,* $\theta_1 r_1 = \theta_2 r_2$

*İki dişlinin yaptıkları iş eşittir,* $T_1\theta_1 = T_2\theta_2$

*Dişlilerin diş sayıları çapları ile orantılıdır,* $r_2 N_1 = r_1 N_2$

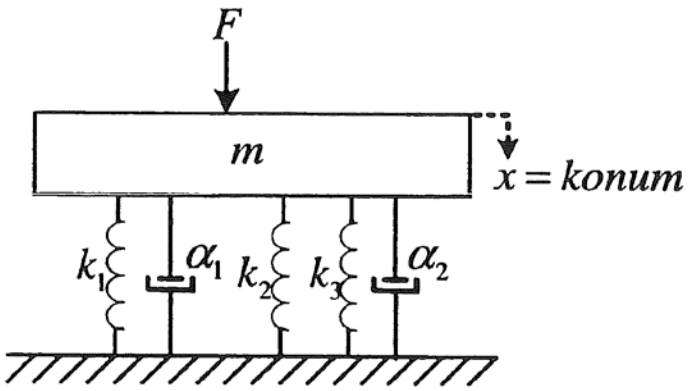
*Nihayetinde dişli takımı için aşağıdaki eşitlikler tanımlanabilir.*

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{r_1}{r_2}$$

# Mekanik Sistemler

**Mekanik Elemanların Seri ve Paralel Bağlanması**

1-) **Seri bağlı lineer mekanik sistemler;** her elemanın aynı yer değiştirmeye sahip olduğu ve sisteme uygulanan kuvvetin sistemdeki elemanların kuvvetleri toplamına eşit olduğu sistemler "*Seri bağlı lineer mekanik sistemler*" dir.
Seri bağlı elemanlardan oluşan bir elektrik devresindeki *akım'ın,* seri bağlı mekanik sistemlerdeki karşılığı *konum* olarak düşünülebilir.




Yukarıda çeşitli mekanik elemanlardan oluşan sistem incelendiğinde, $m$ kütlesine $F$ kuvveti uygulandığında sistemdeki tüm mekanik elemanlar ( $k_1, k_2, k_3, \alpha_1$ ve $\alpha_2$ ) aynı yer değiştirme $x$ eşittir. *Seri bağlı lineer mekanik sistemler* tanımına göre tüm mekanik elemanlar birbirleri ile seri bağlıdır.

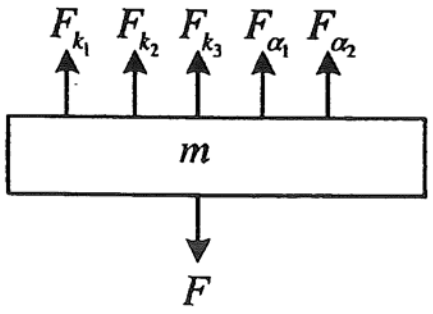
# Mekanik Sistemler

*Verilen sistemin dinamik denklemleri iki farklı durum için yazılabilir.*

1-) Sistem denge durumunda iken F kuvveti uygulanır ise $Mg = 0$ dır.

2-) Yayların sıkışması sıfır iken (konum değiştirme x=0) F kuvveti uygulanması durumu $Mg \neq 0$ dır.

*1. durum için m kütlesinin serbest cisim gösterimi aşağıdaki gibi olur.*




Sistemi tanımlayan dinamik denklemler aşağıda verildiği gibi elde edilir. Sistemi net hareket ettiren kuvvet,

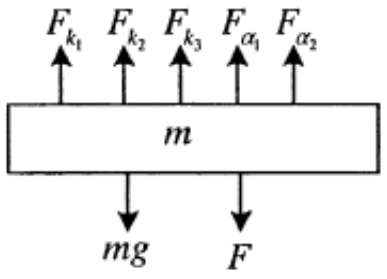
$$ma = \sum F(t) \quad \text{dir.}$$

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) - (\alpha_1 + \alpha_2)\frac{dx(t)}{dt} - (k_1 + k_2 + k_3)x(t) \quad \text{buradan } F(t) \text{ çekilir ise}$$

# Mekanik Sistemler

$$\boxed{F(t) = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + (\alpha_1 + \alpha_2)\frac{dx(t)}{dt} + (k_1 + k_2 + k_3)x(t) \quad \text{elde edilir.}}$$

2 .durum için $m$ kütlesinin serbest cisim gösterimi ise aşağıdaki gibi olur.




Sistemi tanımlayan dinamik denklemler aşağıdaki gibi elde edilir.

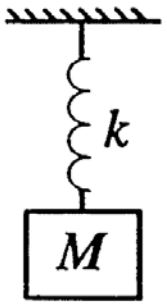
$$ma = \sum F(t) \quad \text{dir.}$$

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = F(t) + mg - (\alpha_1 + \alpha_2)\frac{dx(t)}{dt} - (k_1 + k_2 + k_3)x(t) \qquad \text{olarak yazılır.}$$

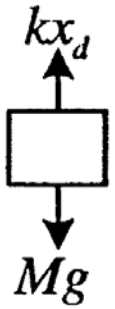
$$F(t) + mg = m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + (\alpha_1 + \alpha_2)\frac{dx(t)}{dt} + (k_1 + k_2 + k_3)x(t)$$

Yukarıdaki örnekte, F kuvvetinin denge halinde veya yayların sıkışmamış olması durumunda uygulanması halinde sırası ile $Mg = 0$ veya $Mg \neq 0$ dır. *Aşağıdaki örnek incelenerek sebebi anlaşılabilir.*

Örnek:




*Yaya asılı kütle denge konumunda bulunsun.* Denge konumunda bloğa etki eden kuvvetlerin (*yer çekimi kuvveti ve yay kuvveti) toplamı sıfırdır.* Bu durumda sistemin serbest cisim gösterimi aşağıdaki gibidir.

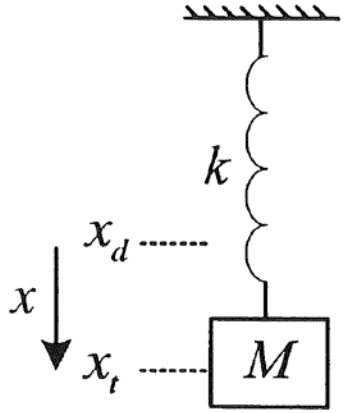



$$Mg - kx_d = 0 \rightarrow x_d = \frac{Mg}{k}$$

$x_d$= *denge durumunda yayın statik yer değiştirmesi*

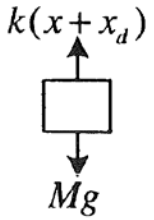
**1- Yaya asılı kütle denge durumunda iken** $(x_d)$ , yay $x$ kadar uzatılıp $x_t = x + x_d$ noktasından serbest bırakılırsa, M kütlesini hareket ettiren net kuvvet,

# Mekanik Sistemler




$$x_t = x + x_d \qquad ve$$

$$x_d = \frac{Mg}{k} \rightarrow \quad x_t = x + \frac{Mg}{k} \quad dir$$




$$\sum F = ma \;\Rightarrow\; Mg - kx_t = M\frac{d^2x}{dt^2}$$

$x_t$ yerine değeri yazılır ise,

$$Mg - k(x + \frac{Mg}{k}) = M\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$Mg - kx - Mg = M\frac{d^2x}{dt^2} \;\Rightarrow\; M\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

elde edilir.

*Görüldüğü gibi denge konumunda F kuvveti uygulanır ise, yer çekim kuvveti sıfırdır.*

**2- Yay uzamamış konumda** iken sistem $x$ kadar uzatılıp serbest bırakılır ise, $x_d=0$ olacağından $x_t = x + x_d$ ifadesinden $x_t = x$ olur.

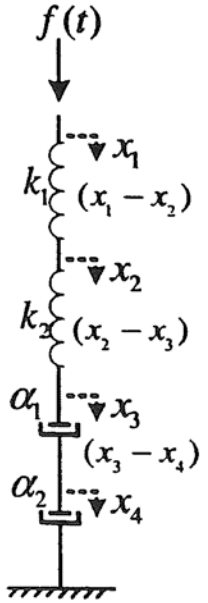
$$Mg - kx = M\frac{d^2x}{dt^2} \;\Rightarrow\; Mg = M\frac{d^2x}{dt^2} + kx$$

olur.

*Görüldüğü gibi yer çekim kuvveti mevcuttur.*

# Mekanik Sistemler

**2-) Paralel bağlı lineer mekanik sistemler;** Bir lineer mekanik sistemde, mekanik elemanlara uygulanan kuvvet aynı ve toplam yer değiştirme her bir mekanik elemanın yer değiştirme toplamına eşit ise o sisteme ait mekanik elemanlar birbiri ile paralel bağladır.




1-) $(x_1 - x_2) = \dfrac{f(t)}{k_1}$

2-) $(x_2 - x_3) = \dfrac{f(t)}{k_2}$

3-) $(x_3 - x_4) = \dfrac{f(t)}{\alpha_1} \int dt$

4-) $x_4 = \dfrac{f(t)}{\alpha_2} \int dt$

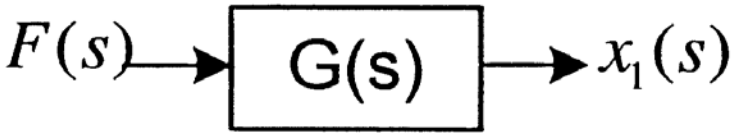
4 numaralı denklem 3 numaralı denklem de yerine yazılırsa , $x_3 = \dfrac{f(t)}{\alpha_1} \int dt + \dfrac{f(t)}{\alpha_2} \int dt$

3 numaralı denklem 2 numaralı denklem de yazılırsa, $x_2 = \dfrac{f(t)}{k_2} + \dfrac{f(t)}{\alpha_1} \int dt + \dfrac{f(t)}{\alpha_2} \int dt$

ve sistemin toplam yer değiştirmesi 2 numaralı denklemin 1 numaralı denklem de yerine yazılması ile aşağıdaki gibi bulunur.

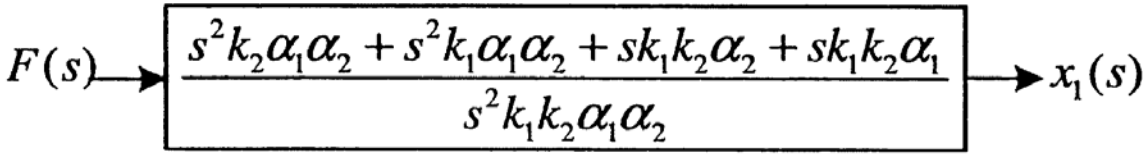
$$x_1(t) = \frac{f(t)}{k_1} + \frac{f(t)}{k_2} + \frac{f(t)}{\alpha_1}\int dt + \frac{f(t)}{\alpha_2}\int dt \quad \text{elde edilir.}$$

$x_1(t)$ toplam yer değiştirme, her bir elemanın yer değiştirmelerinin toplamıdır. Tanıma göre $k_1, \alpha_1, k_2 ve\, \alpha_2$ lineer mekanik elemanlar birbiri ile paralel bağlıdır. Birbiri ile paralel bağlı mekanik elemanlardan oluşan sistemin girişi $f(t)$ kuvveti ve çıkışı ise toplam yer değiştirme $x_1(t)$ olmak üzere transfer fonksiyonu $G(s)$ elde edilmeye çalışılsın.




$x_1(t)$ nin Laplace dönüşümü alınır ve düzenlenir ise

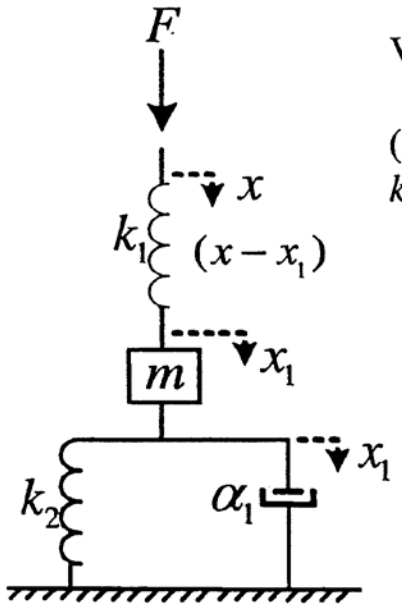
$$X_1(s) = F(s)\left[\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{s\alpha_1} + \frac{1}{s\alpha_2}\right] \Rightarrow \frac{X_1(s)}{F(s)} = \left[\frac{s^2k_2\alpha_1\alpha_2 + s^2k_1\alpha_1\alpha_2 + sk_1k_2\alpha_2 + sk_1k_2\alpha_1}{s^2k_1k_2\alpha_1\alpha_2}\right]$$




olarak elde edilir.

# Mekanik Sistemler

Örnek:




Verilen sisteme ait dinamik denklemleri yazınız.

(**Not:** *Bundan sonraki mekanik sistemlerde aksi belirtilmedikçe F kuvvetinin sistem denge halinde iken uygulandığı kabul edilecektir.*)

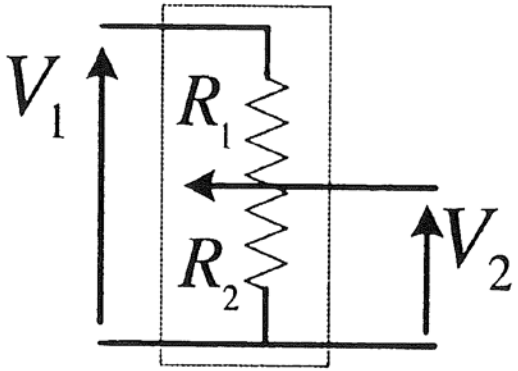
Verilen sistem incelendiğinde $m$ kütlesi, $k_2$ yayı ve $\alpha_1$ sürtünme elemanlarının aynı yer değiştirme $x_1$(t)'ye sahiptirler. Bundan dolayı $m, \alpha_1$ *ve* $k_2$ elemanları birbirleri ile seri bağlıdır. Aralarında seri bağlı olan $m, \alpha_1$ *ve* $k_2$ elemanları $k_1$ yayı ile paralel bağlıdır. Bu durumda sistemin dinamik denklemleri aşağıda verildiği gibi elde edilir.

1-) $F = k_1(x - x_1) \Rightarrow \dfrac{F}{k_1} = x - x_1$

2-) $F = m\dfrac{d^2x_1}{dt^2} + k_2x_1 + \alpha_1\dfrac{dx_1}{dt}$

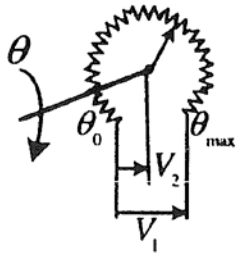
**Lineer Potansiyometre:** *Lineer gerilim bölücü olarak kullanılır.*

# Mekanik Sistemler



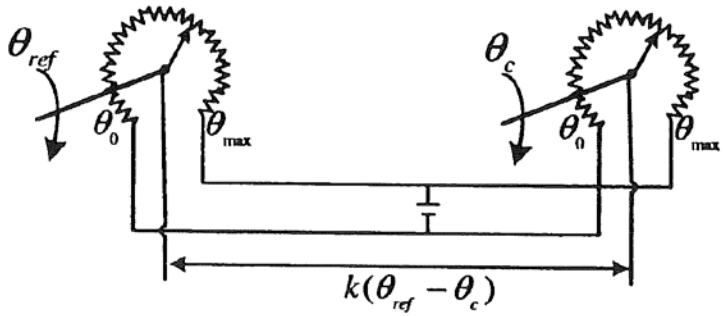

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

**Döner Potansiyometre:** *Açısal gerilim bölücü olarak kullanılır*




$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\theta}{\theta_{max}} = k_p \theta$$

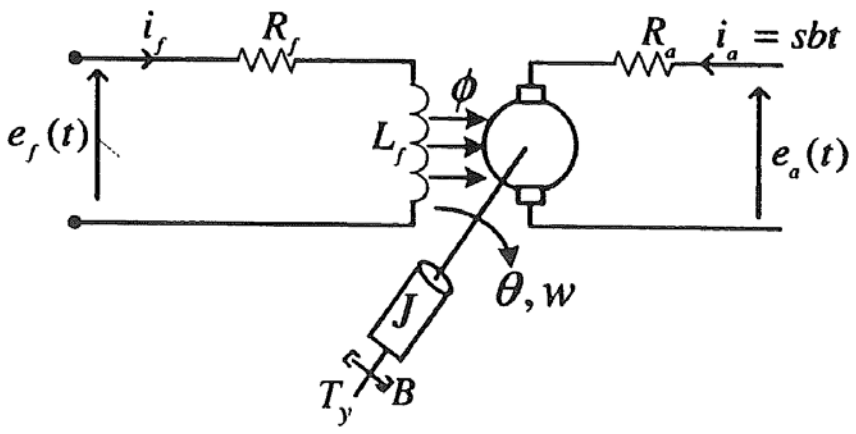
*İki adet döner potansiyometre özellikle pozisyon kontrolünde kullanılmaktadır.*

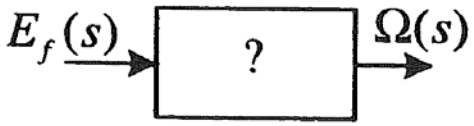


Elektro-Mekanik Sistemler

Alan Kontrollü DC-Makine

Aşağıda verilen alan kontrollü DC makinenin kontrol blok diyagramını elde edilecektir.




t-domeninde dinamik denklemleri yazalım.

1-) $e_f(t) = R_f i_f(t) + L_f \dfrac{di_f(t)}{dt}$

$\phi(t) = k_f i_f(t)$

2-) $T_e(t) = \phi(t) k_a i_a(t) = k_f k_a i_a(t) i_f(t) = K_i i_f(t)$ <u>*elektriki moment*</u>

# Elektro-Mekanik Sistemler

## Alan Kontrollü DC-Makine

3-) $T_m(t) = J\dfrac{dw(t)}{dt} + Bw(t) + T_y$ *mekanik moment*

4-) $T_e(t) = T_m(t)$ (*sürekli rejimde*) **not:** *rotorun sabit akım kaynağı ile beslendiği kabul edildiğinden zıt emk söz konusu olmaz*

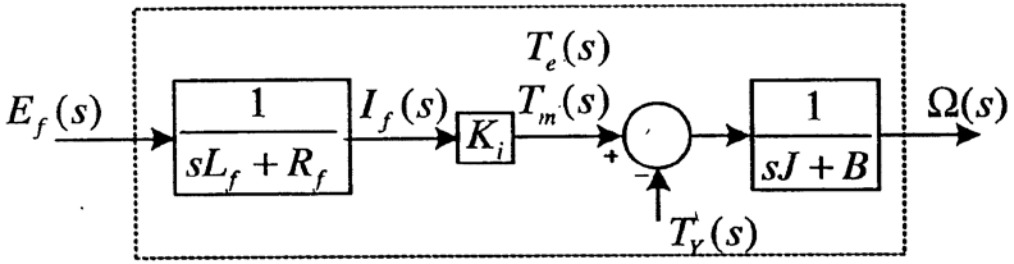
*t- domeninde elde edilen 1-4 denklemlerinin Laplace dönüşümleri aşağıda verilmiştir.*

1-) $E_f(s) = R_f I_f(s) + sL_f I_f(s) \quad \Rightarrow \quad I_f(s) = \dfrac{E_f(s)}{sL_f + R_f}$

2-) $T_e(s) = K_i I_f(s)$

3-) $T_m(s) = sJ\Omega(s) + B\Omega(s) + T_y(s) \quad \Rightarrow \quad \Omega(s) = \dfrac{T_m(s) - T_y(s)}{sJ + B}$ w, hız kont

4-) $T_e(s) = T_m(s)$ (sürekli rejimde)

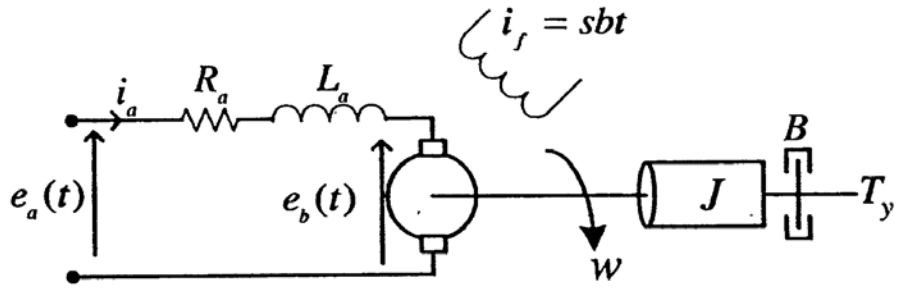


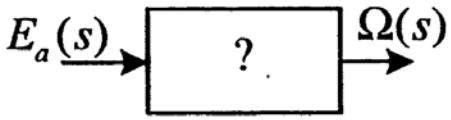

Alan kontrollü DC makina kontrol blok diyagramı

# Elektro-Mekanik Sistemler

## Endüvi Kontrollü DC-Makine

Aşağıda verilen endüvi kontrollü DC makinenin kontrol blok diyagramı elde edilecektir.




t-domeninde dinamik denklemleri yazalım.

1-) $e_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \dfrac{di_a(t)}{dt} + e_b(t)$

2-) $T_e(t) = K_i i_a(t)$ *elektriki moment*

3-) $T_m(t) = J\dfrac{dw(t)}{dt} + Bw(t) + T_y$ *mekanik moment*

yük

4-) $e_b(t) = K_b w(t)$ *zıt emk*

# Elektro-Mekanik Sistemler

## Endüvi Kontrollü DC-Makine

4-) $T_e(t) = T_m(t)$ ★ *sürekli rejimde*

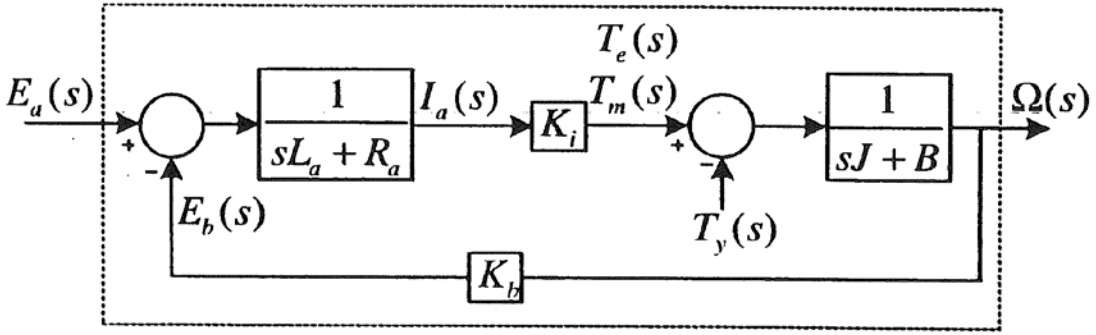
*t- domeninde elde edilen 1-4 denklemlerinin Laplace dönüşümleri aşağıda verilmiştir.*

1-) $E_a(s) = R_a I_a(s) + sL_a I_a(s) + E_b(s) \quad \Rightarrow \quad I_a(s) = \dfrac{E_a(s) - E_b(s)}{sL_a + R_a}$

2-) $T_e(s) = K_i I_a(s)$ , $e_b(s) = K_b \cdot \Omega(s)$

3-) $T_m(s) = sJ\Omega(s) + B\Omega(s) + T_y(s) \quad \Rightarrow \quad \Omega(s) = \dfrac{T_m(s) - T_y(s)}{sJ + B}$

4-) $T_e(s) = T_m(s)$ (*sürekli rejimde*)

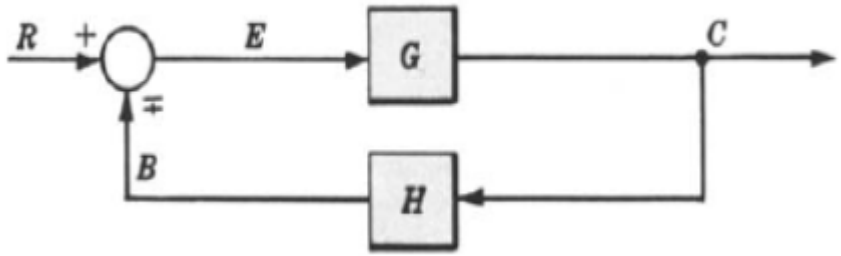


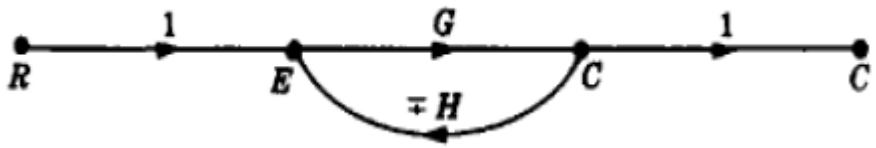

Endüvi kontrollü DC makina kontrol blok diyagramı

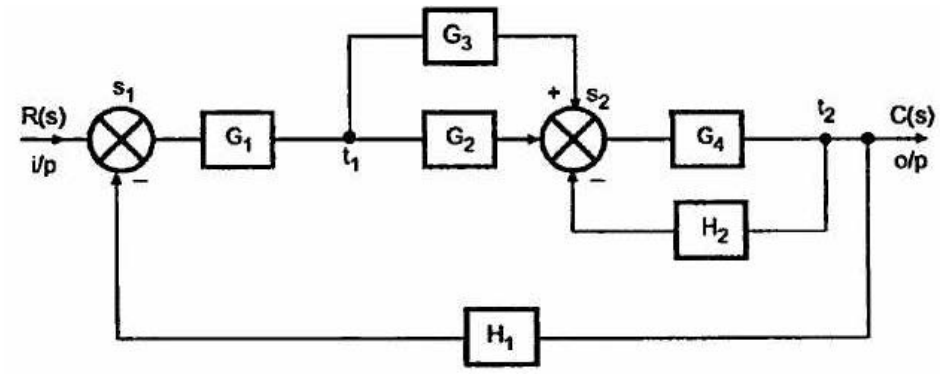
İşaret Akış Diyagramları

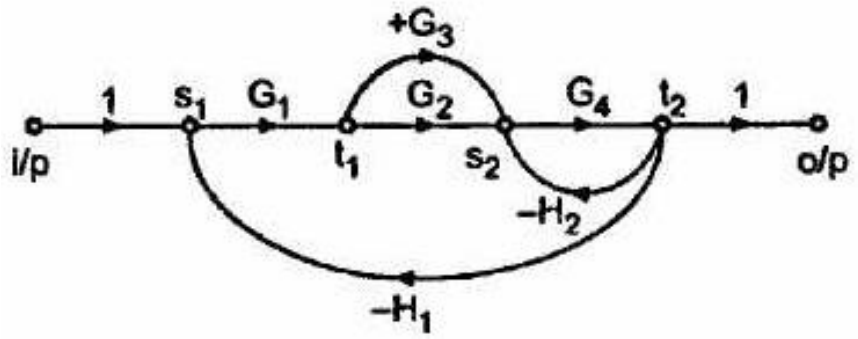
İşlemsel kolaylık sağlaması bakımından blok diyagramları işaret (ya da sinyal) akış grafları ile de gösterilebilir.

Bir işaret akış grafında dal ve düğüm noktaları bulunur.

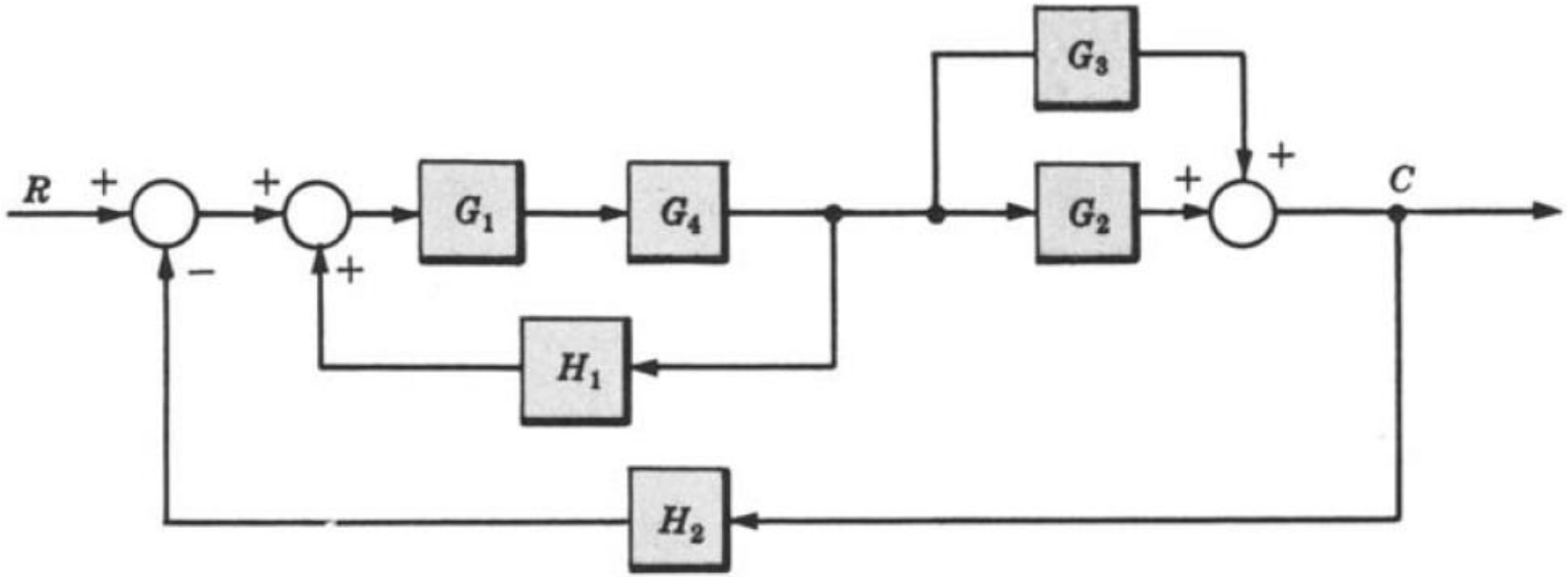


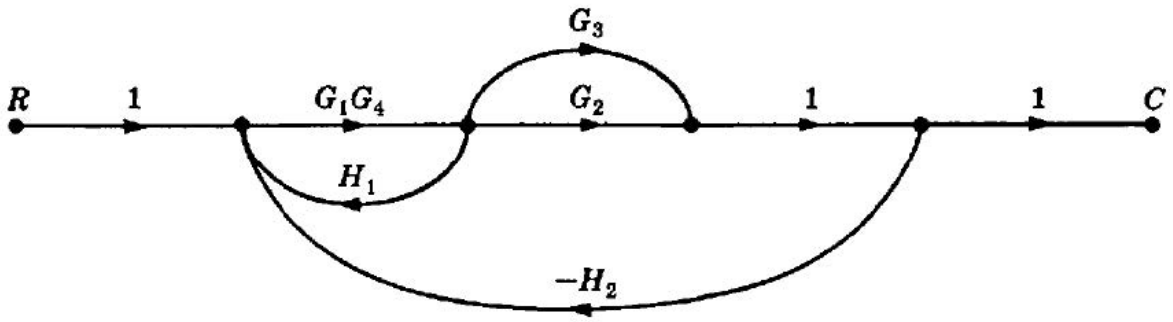



# İşaret Akış Diyagramları



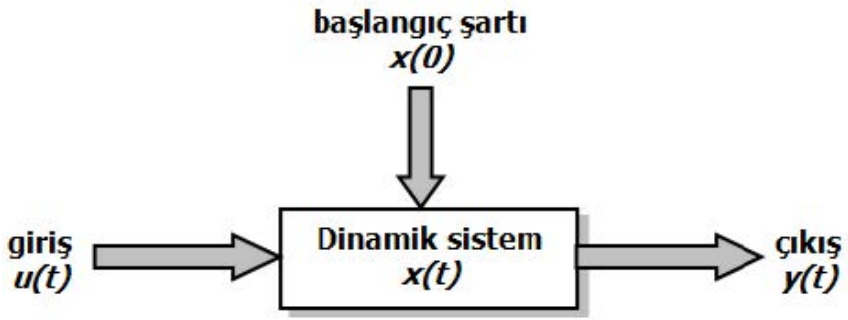



# Durum Denklemleri

Kontrol sistemlerinin tasarımında ve zaman domeni analizlerinde bir sistemin durumu (state of a system) kavramı kullanılır.

- ✓ Dinamik bir sistemin durumu: Sistemi tanımlayan en küçük değişkenler kümesidir.
- ✓ Durum değişkeni: Dinamik sistemin durumunu belirlemek için ortaya konulan değişkenlerdir.

Durum değişkenleri, belirli giriş değerleri, dinamik eşitlikleri ve mevcut durumu verilen bir sistemin gelecekteki cevabını (durumunu) belirlemek için kullanılır.



# Durum Denklemleri

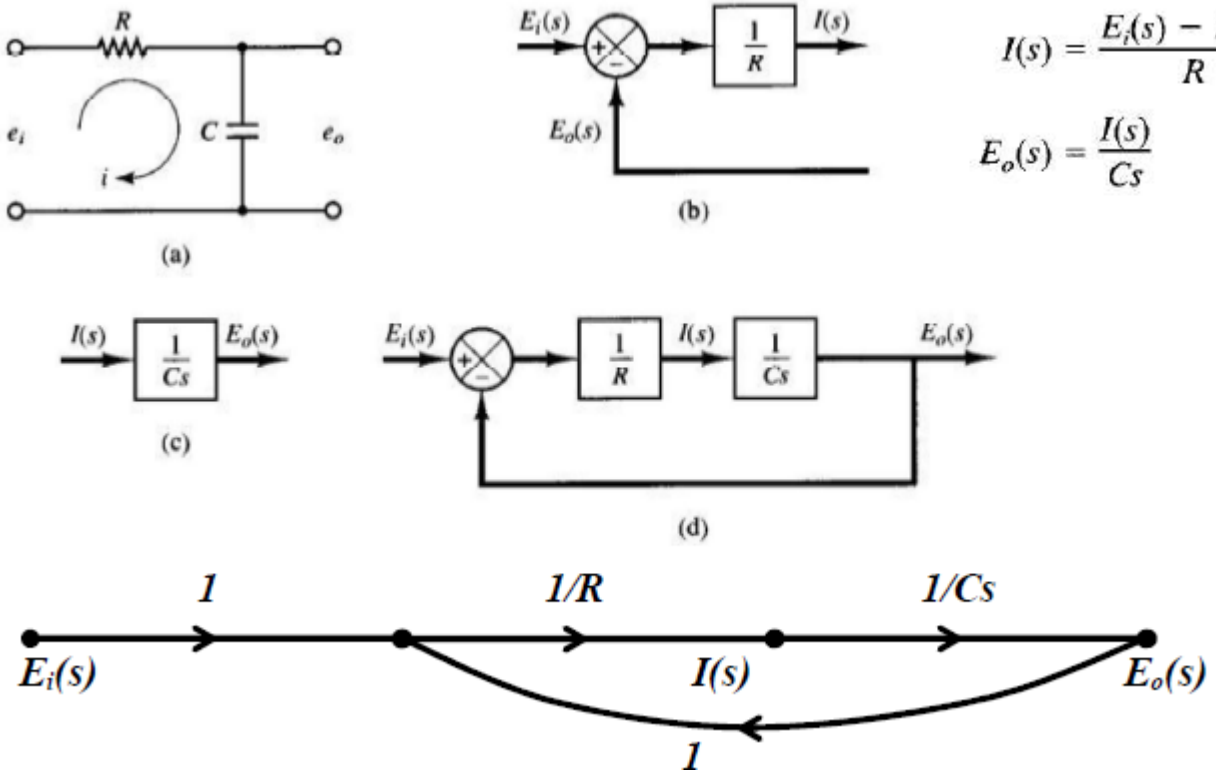
Bir sistemin durumu, durum değişkenleri ($x_1$, $x_2$, ……, $x_n$) kullanılarak yazılan birinci dereceli diferansiyel (fark) eşitlikler tarafından tanımlanır. Bu eşitliklerin genel formu,

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A.x(t) + B.u(t) \\ y(t) &= C.x(t) + D.u(t) \end{aligned}\right\} \text{Durum Denklemleri}$$

$$\frac{d}{dt}x(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} . u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \longrightarrow \textit{Çıkış eşitliği}$$

# RC devresinin blok ve akış diyagramı




$$I(s) = \frac{E_i(s) - E_o(s)}{R}$$

$$E_o(s) = \frac{I(s)}{Cs}$$